ПРИЛОЖЕНІЯ КЪ ЦИРКУЛЯРАМЪ
по Московскому учебному округу,
издаваемыя подъ редакціей Вл. Исаенкова.

Б. Гернъ,
преподаватель Смоленской гимназіи.

НОВОЕ ИЗЛОЖЕНІЕ ЛОГИКИ,

ОСНОВАННОЕ НА ЭЛЕМЕНТАРНЫХЪ КУРСАХЪ

МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ.

Часть II.

Логика индуктивная. Логика физики.

МОСКВА.
Типографія Г. Лисснера и А. Гешеля.
Воздвиженка, Крестовоздвиж. пер., д. Лисснера.
1903.



Печатать разрѣшаю. Попечитель учебнаго округа *П. Некрасовъ*.

ТВЕРСКОЕ РЕЗИНОВОЕ
ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧИЛИЩЕ

I. Предметъ и методъ физики.

1. Наука возникла изъ стремленія человѣческаго ума понять, какъ разумно необходимое, все, что происходитъ вокругъ него и въ немъ самомъ. Образцомъ для отдѣльныхъ наукъ всегда служила математика и въ частности геометрія, которая первая была приведена въ строгую логическую систему. Всѣ свойства формъ пространства представляются въ геометріи, какъ стройная система логически необходимыхъ слѣдствій изъ предложеній, выражающихъ ихъ составъ, — опредѣленій — и свойствъ болѣе простыхъ формъ, изъ которыхъ онѣ составлены, и въ концѣ концовъ, свойствъ элементарныхъ формъ — аксіомъ. Согласно этому и задачей всякой науки и въ частности физики является, во-1-хъ, разложеніе сложныхъ тѣлъ и явленій на болѣе простыя—опредѣленіе состава ихъ,—тѣхъ на болѣе простыя и т. д. до простѣйшихъ элементарныхъ формъ вещества и явленія и открытіе свойствъ этихъ элементарныхъ формъ, и, во-2-хъ, выводъ всѣхъ свойствъ сложныхъ тѣлъ и явленій, какъ стройной системы логически необходимыхъ слѣдствій изъ опредѣленій состава ихъ и свойствъ элементарныхъ формъ. Выводъ свойствъ сложныхъ тѣлъ и явленій изъ опредѣленій ихъ состава и свойствъ болѣе простыхъ тѣлъ и явленій, которыя ихъ составляютъ, представляетъ переходъ отъ логической причины къ логическому слѣдствію и наз. дедукціей. Выполненіе 2-й задачи науки представляетъ процессъ дедуктивный. Переходъ отъ сложныхъ формъ тѣлъ и явленій къ опредѣленіямъ ихъ состава и свойствамъ составляющихъ простыхъ формъ представляетъ переходъ отъ логическаго слѣдствія къ логической причинѣ и наз. индукціей. Выполненіе 1-й задачи науки наз. индуктивнымъ процессомъ. Въ математикѣ элементарныя формы и опредѣленія состава многихъ сложныхъ формъ были найдены, и, когда найдены, всякому представляются настолько очевидными, что въ изложеніи науки 1-я часть совсѣмъ отсутствуетъ, и наука представляется чисто дедуктивной.

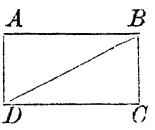
Древніе философы думали, что такъ же легко угадать элементарныя формы вещества и явленій міра и ихъ основныя свойства и опредѣлить составъ сложныхъ тѣлъ и явленій; но безплодность подобныхъ попытокъ привела къ убѣжденію, что здѣсь долженъ быть выбранъ другой путь — болѣе долгій, но надежный путь опыта и наблюденія самихъ явленій природы.

2. Опытъ и наблюденіе представляютъ два вида индуктивнаго процесса перехода отъ сложныхъ явленій къ опредѣленіямъ ихъ состава и свойствамъ составляющихъ ихъ простыхъ явленій, т.-е. отъ логическаго слѣдствія къ логической причинѣ. Зависимость между логической причиной и слѣдствіемъ, какъ было объяснено въ главѣ IV, 3 b, часть I, даетъ основаніе для положительныхъ выводовъ отъ причины къ слѣдствію, — если вѣрна причина, то вѣрно и слѣдствіе — и для отрицательныхъ выводовъ отъ слѣдствія къ причинѣ,—если не вѣрно слѣдствіе, то не вѣрна и причина. Но мы не имѣемъ основанія для достовѣрнаго положительнаго вывода отъ слѣдствія къ причинѣ. Если слѣдствіе вѣрно, это еще не достаточное основаніе утверждать, что вѣрна и причина, такъ какъ изъ невѣрной причины можно, правильно разсуждая, вывести вѣрное слѣдствіе. Мы можемъ сказать: сумма угловъ многоугольника равна 2d. Треугольникъ — многоугольникъ. Слѣд. сумма угловъ треугольника равна 2d.

3. Но предположимъ, что намъ дано какое-нибудь предложеніе и мы не имѣемъ никакихъ указаній на то, вѣрно оно, или ложно. Мы столько же будемъ склонны принять его, какъ и отвергнуть, и умъ нашъ будетъ въ состояніи полной нерѣшительности. Положимъ теперь, что мы дѣлаемъ изъ этого предложенія какой-нибудь выводъ, и этотъ выводъ оказывается вѣрнымъ. Вѣрность вывода не ручается за вѣрность посылки; но все же мы уже скорѣе склонны будемъ принять предложеніе, чѣмъ отвергнуть его: оно пріобрѣло для насъ нѣкоторую вѣроятность. Если бы мы сдѣлали изъ него другой-третій выводы, и всѣ они оказались бы вѣрными, вѣроятность предложенія все возрастала бы, и тѣмъ быстрѣе, чѣмъ эти выводы были бы разнообразнѣе.

Чтобы понять, какое значеніе имѣютъ количество и разнообразіе выводовъ, намъ нужно разсмотрѣть, чѣмъ обусловливается возможность вѣрныхъ выводовъ изъ ложныхъ посылокъ. Для этого разсмотримъ два примѣра такихъ выводовъ. Въ при-

мѣрѣ, приведенномъ нами выше, мы имѣемъ ложное положеніе—большую посылку. Ложность ея заключается въ излишней обобщенности: что сумма угловъ равна 2d, ложно для многоугольниковъ вообще, но вѣрно для части многоугольниковъ, для треугольниковъ, и когда мы примѣняемъ общее положеніе къ этой части, то заключеніе оказывается вѣрнымъ. Ложность положенія сейчасъ бы обнаружилась, если бы мы примѣнили его къ какому-нибудь многоугольнику, кромѣ треугольника.



Возьмемъ еще примѣръ: въ прямоугольникѣ $ABCD$ проведемъ діагональ DB. Она равна сторонамъ AB и DC. Это предложеніе не вѣрно, но мы можемъ сдѣлать изъ него вѣрные выводы: 1) $AB = DC$, 2) такъ какъ углы ABD и BDC равны, то $\triangle ABD = \triangle BDC$, 3) изъ равенства ихъ $AD = BC$ и 4) $\angle A = \angle C$.

Здѣсь мы невѣрно опредѣлили составъ сложной формы — меньшую посылку, но примѣняли вѣрныя теоремы. Вѣрные выводы получились отъ того, что предположенные нами равнобедренные треугольники тоже оказываются равными, какъ и тѣ прямоугольные, которые здѣсь въ дѣйствительности есть. Такимъ образомъ предположенный нами невѣрный составъ имѣетъ нѣкоторыя свойства общія съ истиннымъ, и если мы дѣлаемъ заключенія только изъ этихъ свойствъ или ихъ слѣдствій, то выводы получаемъ вѣрные. Ложность нашего предложенія сейчасъ бы обнаружилась, какъ только мы сдѣлали бы выводъ изъ какого-нибудь другого свойства, въ которомъ предположенный составъ не совпадаетъ съ истиннымъ. Напр. мы могли бы вывести: $\angle DBC = \angle C$, что не вѣрно.

Эти примѣры показываютъ, что если слѣдствія, выводимыя изъ какой-нибудь причины, вѣрны, то сомнѣнія въ вѣрности самой причины возникаютъ изъ того, что, быть можетъ,—если это общій законъ,—всѣ провѣренныя слѣдствія относятся къ одной части его объема, относительно которой законъ вѣренъ, а есть еще другая, относительно которой онъ не вѣренъ, или,—если это предложеніе состава,—что провѣренныя слѣдствія относятся къ одной сторонѣ состава, въ которой онъ совпадаетъ съ истиннымъ, а есть еще другая, въ которой онъ не совпадаетъ съ истиннымъ и, слѣдовательно, вообще ложенъ. Поэтому, если наша повѣрка односторонняя, если всѣ выводы, которые мы дѣлаемъ для повѣрки данной причины, очень сходны, то какъ бы ихъ

много ни было, они не ослабляютъ сомнѣнія. Такъ, если бы мы для повѣрки положенія, что сумма угловъ многоугольника равна 2d, примѣняли бы его къ прямоугольнымъ треугольникамъ, остроугольнымъ, тупоугольнымъ, равнобедреннымъ, равностороннимъ, всѣ выводы были бы вѣрны. Чтобы обнаружить неправильность положенія, надо было бы выйти изъ объема треугольниковъ, т.-е. разнообразить выводы. Чтобы провѣрить правильность предложенія состава, надо дѣлать выводы относительно всѣхъ его свойствъ, а не какого-нибудь одного. Чѣмъ выводы разнообразнѣе, тѣмъ меньше остается мѣста опасенію, что есть еще какая-нибудь часть объема закона, или какая-нибудь сторона состава, въ которыхъ положеніе окажется ложнымъ, и тѣмъ больше вѣроятность, что оно истинно.

Итакъ, индуктивные выводы, какъ положительные выводы отъ логическаго слѣдствія къ логической причинѣ, не достовѣрны, а только болѣе или менѣе вѣроятны. Но степени вѣроятности различныхъ индукцій очень различны. Чтобы ясно понять, какія условія дѣлаютъ однѣ индукціи настолько вѣроятными, что мы готовы назвать ихъ достовѣрными (основные законы движенія, законъ Ньютона, что вода можетъ принимать твердое, жидкое и газообразное состоянія, что магнитная руда притягиваетъ желѣзо, что звукъ вызывается колебательнымъ движеніемъ тѣлъ и т. п.), другія же очень шаткими, необходимо ознакомиться съ тѣмъ, какъ оцѣниваются вѣроятности тамъ, гдѣ онѣ могутъ быть точно измѣряемы.

II. Основанія исчисленія вѣроятностей.

1. Пусть предъ нами закрытый ящикъ, въ которомъ лежатъ бѣлые и черные шары, положимъ равные. Мы вводимъ въ ящикъ руку, не глядя, и вынимаемъ одинъ шаръ. Какой шаръ вынется: бѣлый или черный? Достовѣрно мы этого не знаемъ, но можемъ ожидать того или другого шара съ большей или меньшей увѣренностью, смотря по преобладанію въ сосудѣ шаровъ того или другого цвѣта. Бѣлые шары въ сосудѣ представляютъ обстоятельства, которыя равно благопріятствуютъ появленію бѣлаго шара, черные — равно благопріятствуютъ появленію чернаго или непоявленію бѣлаго. Всѣ шары представляютъ, какъ говорятъ, равные шансы, или статочности, одни — благопріятствующіе извѣстному событію, появленію бѣлаго шара, другіе — не благопріятствующіе. Вѣроятность по-

явленія, положимъ, бѣлаго шара принято измѣрять отношеніемъ числа шансовъ, благопріятствующихъ данному событію, къ числу всѣхъ шансовъ. Если бы мы знали, что бѣлыхъ и черныхъ шаровъ поровну, то вѣроятность вынуть бѣлый шаръ, какъ и черный, была бы $^1/_2$. Половина же служитъ вообще выраженіемъ полной неизвѣстности, такъ какъ, если мы ровно ничего не знаемъ объ извѣстномъ событіи, то, слѣдовательно, столько же имѣемъ за него, какъ и противъ, и число шансовъ „за“ составляетъ половину всего числа шансовъ. Если бы мы знали, что въ сосудѣ одни бѣлые шары, то появленіе бѣлаго шара было бы достовѣрно. Тогда вѣроятность была была бы 1. Значитъ, достовѣрность выражается единицей. Если бы мы знали, что всѣ шары черные, то появленіе бѣлаго шара было бы невозможно. Число шансовъ въ пользу бѣлаго шара было бы 0, и вѣроятность была бы 0. Значитъ, 0 выражаетъ невозможность. Если бы мы знали, что въ сосудѣ бѣлыхъ шаровъ 65 и 35 черныхъ, то вѣроятность появленія бѣлаго шара была бы 0,65.

Изъ колоды картъ вынимается одна. Какая вѣроятность, что вынутая карта тузъ? Всѣ карты представляютъ 52 равныхъ шанса, изъ которыхъ 4 благопріятствуютъ ожидаемому событію; значитъ, вѣроятность его $\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$.

Изъ колоды вынимаются 2 карты, какая вѣроятность того, что сумма очковъ вынутыхъ картъ будетъ 15? Всѣ комбинаціи изъ 52 картъ по 2 будутъ всѣ равно возможные шансы, число ихъ равно $C^2_{52}=\frac{52.51}{2}=\frac{26.51}{}=1326$. Благопріятствующими шансами будутъ комбинаціи, въ которыхъ сумма очковъ 15. Сумму 15 можетъ дать каждая карта колоды, кромѣ тузовъ, съ одной картой каждой масти, т.-е. съ 4 картами колоды (двойка съ королемъ, тройка съ дамой и т. д.) всего 48 $(52-4)\times 4$. Но при такомъ счетѣ мы каждую комбинацію взяли два раза (король съ двойкой и двойка съ королемъ). Слѣдовательны дѣйствительно различныхъ комбинацій будетъ $\frac{48.4}{2.}=96$. Вѣроятность $\frac{96}{1326.}$

2. Умноженіе вѣроятностей.

а) Пусть въ двухъ ящикахъ по 10 шаровъ: въ одномъ 7 бѣлыхъ и 3 черныхъ, въ другомъ 4 бѣлыхъ и 6 черныхъ.

Вынимаемъ по одному шару изъ обоихъ ящиковъ. Какова вѣроятность, что вынется изъ 1-го бѣлый шаръ, а изъ 2-го черный? Всѣ шансы здѣсь будутъ всѣ возможныя комбинаціи шаровъ того и другого ящиковъ. Число ихъ $10 \times 10 = 100$. Шансы, благопріятствующіе событію, будутъ всѣ возможныя комбинаціи бѣлыхъ шаровъ 1-го ящика съ черными шарами 2-го. Число ихъ $7 \times 6 = 42$. Вѣроятность событія 0,42. Но вѣроятность появленія бѣлаго шара изъ 1-го ящика — 0,7, чернаго изъ второго — 0,6; $0{,}42 = 0{,}7 \times 0{,}6$; слѣдовательно вѣроятность случайнаго совпаденія двухъ независимыхъ событій (появленіе бѣлаго шара изъ одного ящика не зависитъ отъ того, какой вынулся изъ другого) равно произведенію вѣроятностей отдѣльныхъ событій.

Пусть двѣ монеты бросаются одновременно. Какая вѣроятность, что обѣ упадутъ орломъ?

Всѣхъ равно возможныхъ шансовъ здѣсь четыре:

1-я монета орломъ, 2-я орломъ,
1-я „ орломъ, 2-я рѣшеткой,
1-я „ рѣшеткой, 2-я орломъ,
1-я „ рѣшеткой, 2-я рѣшеткой.

Изъ нихъ благопріятствующій шансъ одинъ; вѣроятность $^1/_4$. Выпаденіе двухъ орловъ представляетъ случайное совпаденіе двухъ событій, которыя совершенно независимы между собой: шансы въ пользу одного не служатъ ни въ пользу, ни во вредъ другому. Вѣроятность совпаденія будетъ произведеніемъ вѣроятностей опредѣленныхъ событій: $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ ($\frac{1}{2}$ есть вѣроятность орла на одной монетѣ и на другой).

b) Слѣдуетъ замѣтить, что для примѣненія правила умноженія вѣроятностей необходимо, чтобы шансы совпадающихъ событій были совершенно независимы. Въ самомъ дѣлѣ, пусть въ ящикѣ 1 бѣлый шаръ и 9 черныхъ. Какова вѣроятность того, что, вынимая 2 раза, мы вынемъ сначала бѣлый шаръ, потомъ черный? Вѣроятность бѣлаго шара 0,1, вѣроятность чернаго 0,9, но вѣроятность сказаннаго совпаденія не будетъ $0{,}1 \times 0{,}9 = 0{,}09$, а 0,1, такъ какъ когда вынутъ бѣлый шаръ, то появленіе чернаго будетъ уже достовѣрно. Точно такъ же при тѣхъ же условіяхъ вѣроятность появленія сначала чернаго, а потомъ бѣлаго будетъ не 0,09, а 0,1; потому что когда вынутъ черный

шаръ, то остается 8 черныхъ, 1 бѣлый, и вѣроятность бѣлаго будетъ уже $^1/_9$; вѣроятность совпаденія 0,9 (вѣроятность чернаго) $\times$ $^1/_9$ (вѣроятность бѣлаго, когда черный вынутъ) $= 0{,}1$ Здѣсь появленіе перваго событія измѣняетъ шансы второго, и событія зависимы. Сравнивая въ предыдущемъ примѣрѣ вѣроятность случайнаго совпаденія двухъ событій 0,42 съ вѣроятностями отдѣльныхъ событій 0,7 и 0,6, мы замѣтимъ, что первая меньше каждой изъ двухъ другихъ: совпаденіе мало вѣроятно (вѣроятность $< ^1/_2$), тогда какъ каждое изъ событій отдѣльно довольно вѣроятно (вѣроятность $> ^1/_2$). Съ увеличеніемъ числа независимыхъ событій, вѣроятность случайнаго совпаденія ихъ очень быстро уменьшается, даже если вѣроятность каждаго изъ нихъ не очень мала. Понятно, что въ случаѣ событій, которыя сами по себѣ мало вѣроятны, вѣроятность случайнаго совпаденія совершенно ничтожна. Это замѣчаніе имѣетъ важное значеніе при оцѣнкѣ вѣроятности индуктивныхъ выводовъ

3. Сложеніе вѣроятностей.

а) Положимъ, какъ въ предыдущемъ примѣрѣ, въ двухъ ящикахъ по 10 шаровъ: въ первомъ — 7 бѣлыхъ и 3 черныхъ, во второмъ — 4 бѣлыхъ и 6 черныхъ. Вѣроятность того, что если вынуть по одному шару изъ обоихъ ящиковъ, то вынется изъ 1-го бѣлый, а изъ 2-го черный, какъ видѣли, будетъ 0,42. Подобнымъ образомъ мы нашли бы, что вѣроятность появленія изъ 1-го ящика чернаго, а изъ 2-го бѣлаго шара равна $0{,}3 \times 0{,}4 = 0{,}12$. Тогда вѣроятность того, что изъ двухъ вынутыхъ шаровъ одинъ будетъ бѣлый, а другой черный — все равно, или изъ 1-го бѣлый, а изъ 2-го черный, или изъ 2-го бѣлый, а изъ 1-го черный — будетъ $0{,}42 + 0{,}12 = 0{,}54$. Въ самомъ дѣлѣ, шансами, благопріятствующими альтернативѣ, будутъ какъ тѣ, которые благопріятствуютъ одному событію, такъ и тѣ, которые благопріятствуютъ другому. А такъ какъ шансы, благопріятствующіе одному (комбинаціи бѣлыхъ 1-го ящика съ черными 2-го), всѣ отличны отъ шансовъ, благопріятствующихъ другому (комбинація черныхъ 1-го съ бѣлыми 2-го), то число всѣхъ благопріятныхъ шансовъ будетъ сумма чиселъ шансовъ, благопріятствующихъ каждому событію. Тогда и вѣроятность альтернативы будетъ сумма вѣроятностей каждаго событія отдѣльно: $\frac{42+12}{100} = \frac{42}{100} + \frac{12}{100} = 0{,}54$.

в) Подчеркнутыя слова имѣютъ существенное значеніе: вѣроятность альтернативы равна суммѣ вѣроятностей отдѣльныхъ событій, только если событія исключаютъ другъ друга, т.-е. если благопріятствующіе шансы одного всѣ отличны отъ благопріятствующихъ шансовъ другого. Если бы хотя нѣкоторые шансы, благопріятствующіе одному, были тѣ же, что и благопріятствующіе другому, то число шансовъ, благопріятствующихъ альтернативѣ, было бы меньше суммы благопріятствующихъ шансовъ обоихъ событій на число общихъ благопріятствующихъ шансовъ. Такъ неправильны были бы заключенія: такъ какъ вѣроятность орла при каждомъ бросаніи монеты $^1/_2$, то вѣроятность орла при одномъ изъ двухъ бросаній $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$, т.-е. достовѣрность, или при трехъ бросаніяхъ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$—выраженіе, не имѣющее смысла. Неправильность сложенія обусловливается тѣмъ, что здѣсь событія, не исключающія другъ друга: орелъ при первомъ бросаніи не исключаетъ возможности орла при второмъ. Поэтому у обоихъ событій есть общіе благопріятствующіе шансы, которые во взятой нами суммѣ приняты въ расчетъ 2 раза. Точно такъ же въ примѣрѣ съ 2 ящиками, въ которыхъ въ одномъ 7 бѣлыхъ шаровъ и 3 черныхъ, въ другомъ — 4 бѣлыхъ и 6 черныхъ, вѣроятность, что вынется хотя бы одинъ бѣлый шаръ, если взять по одному шару изъ каждаго ящика, не будетъ равна $0,7+0,4=1,1$, что представляетъ нелѣпость. Здѣсь появленіе бѣлаго шара изъ одного ящика не исключаетъ появленіе его изъ другого, и потому общіе благопріятствующіе шансы сосчитаны и при вычисленіи одной вѣроятности (0,7) и при вычисленіи другой (0,4), т.-е. два раза и одинъ разъ должны быть исключены изъ суммы. Въ самомъ дѣлѣ, всѣхъ шансовъ здѣсь $10\times10=100=(7+3)\times(4+6)=$ $=7\times4+3\times4+7\times6+3\times6$. Благопріятствующіе шансы будутъ $7\times4+3\times4+7\times6=7\times(4+6)+3\times4=(7+3)\times$ $\times4+7\times6$. $7\times(4+6)$ представляетъ всѣ шансы, благопріятствующіе появленію бѣлаго шара изъ 1-го ящика, $(7+3)\times$ $\times4$ — число шансовъ, благопріятствующихъ появленію бѣлаго шара изъ 2-го ящика. Чтобы получить число шансовъ, благопріятствующихъ альтернативѣ, надо къ $7\times(4+6)$ прибавить не $(7+3)\times4$, а только 3.4, т.-е. число шансовъ, благопріятствующихъ появленію бѣлаго шара изъ 2-го ящика, которые

не благопріятствуютъ появленію его изъ 1-го. Если бы мы прибавили $(7+3)\times 4$ къ $7(4+5)$; то 7×4 т.-е. число шансовъ, благопріятствующихъ появленію бѣлаго шара, и изъ 1-го ящика, и изъ 2-го было бы въ этой суммѣ взято 2 раза. Чтобы получить вѣроятность альтернативы, надо число благопріятствующихъ шансовъ раздѣлить на все число шансовъ; получимъ: $\frac{7(4+6)}{100}+\frac{3.4}{100}=0{,}7+0{,}3.0{,}4$, или $\frac{(7+3)4}{100}+\frac{7.6}{100}=$ $=0,\ 4+0{,}7.0{,}6$. Произведеніе $0{,}3.0{,}4$ представляетъ вѣроятность совпаденія двухъ независмыхъ событій: появленія бѣлаго шара изъ 2-го ящика и непоявленія его изъ 1-го, или такъ называемую исключающую вѣроятность появленія бѣлаго шара изъ 2-го ящика, исключающую появленіе его изъ 1-го. $0{,}7.0{,}6$ есть исключающая вѣроятность появленія бѣлаго шара изъ 1-го ящика, т.-е. вѣроятность, что бѣлый шаръ появится изъ 1-го и не появится изъ 2-го. Поэтому, *чтобы получить вѣроятность альтернативы не исключающей, надо къ вѣроятности одного событія прибавить исключающую вѣроятность другого.* Въ первомъ изъ приведенныхъ выше примѣровъ ошибочнаго опредѣленія вѣроятности альтернативы вѣроятность, что орелъ выпадетъ во второй разъ, не выпавши въ 1-й, есть вѣроятность совпаденія двухъ событій: невыпаденія въ 1-й разъ и выпаденія во 2-й, и равно произведенію вѣроятностей этихъ событій, а такъ какъ вѣроятность каждаго изъ нихъ $^1/_2$, то вѣроятность, совпаденія будетъ $^1/_4$. Слѣдовательно вѣроятность альтернативы получимъ, если къ вѣроятности 1-го событія (выпаденія орла 1-й разъ) $^1/_2$ прибавимъ исключающую вѣроятность второго (вѣроятность что орелъ выпадетъ во второй, не выпавши въ 1-й) $^1/_4$, получимъ $^3/_4$. Чтобы получить вѣроятность выпаденія орла хотя бы въ одномъ изъ трехъ бросаній, надо къ вѣроятности выпаденія его въ одномъ изъ двухъ бросаній $^3/_4$ прибавить исключающую вѣроятность выпаденія его при 3-мъ бросаніи, т.-е. вѣроятность того, что выпадетъ въ 3-й разъ, не выпавши въ первые два раза. Эта послѣдняя есть $^1/_8$, такъ какъ она представляетъ вѣроятность случайнаго совпаденія 3 событій: невыпаденія орла въ 1-й разъ, невыпаденія орла во 2-й разъ и выпаденія орла въ 3-й разъ. Такъ какъ вѣроятность каждаго изъ этихъ событій $^1/_2$, то вѣроятность совпаденія $^1/_2\times{}^1/_2\times{}^1/_2={}^1/_8$. Вѣроятность альтернативы слѣдовательно $^3/_4+{}^1/_8={}^7/_8$.

c) Въ случаѣ альтернативы, представляющей исчерпывающее дѣленіе возможнаго событія, какой-нибудь одинъ изъ случаевъ непремѣнно долженъ имѣть мѣсто, слѣд. вѣроятность альтернативы 1, такъ какъ она достовѣрна; слѣд. если дѣленіе къ тому же исключающее, то сумма вѣроятностей всѣхъ случаевъ должна быть 1.

Провѣримъ это на нашихъ примѣрахъ. 1. Въ случаѣ бросанія монетъ раздѣленіе: орелъ или рѣшетка — дѣленіе исключающее и исчерпывающее. Вѣроятность орла $^1/_2$, рѣшетки — тоже $^1/_2$, сумма 1.

2. Если изъ двухъ ящиковъ, въ которыхъ бѣлые и черные шары: въ 1-мъ 7 бѣлыхъ и 3 черныхъ, во 2-мъ 4 бѣлыхъ и 6 черныхъ, вынуть по одному шару, то, какъ мы видѣли, $100 = (7+3).(4+6) = 7.4+3.4+76+3.6$. Дѣля на 100, получимъ $1 = 0,\ 7.0,\ 4,\ +0,\ 3.0,\ 4+0,\ 7.0,\ 6+0,\ 3.0,\ 6$. Въ нашемъ примѣрѣ непремѣнно долженъ имѣть мѣсто одинъ, и только одинъ, изъ слѣдующихъ случаевъ: 1) бѣлый шаръ появится изъ обоихъ ящиковъ, 2) бѣлый шаръ появится изъ 2-го, не появившись изъ 1-го, 3) бѣлый шаръ появится изъ 1-го и не явится изъ 2-го и 4) бѣлый шаръ совсѣмъ не появится; это дѣленіе исключающее и исчерпывающее. Слагаемыя 2-й части равенства представляютъ вѣроятности отдѣльныхъ случаевъ.

3. Если изъ ящика, въ которомъ 1 бѣлый шаръ и 9 черныхъ, вынимаются 2 шара, исчерпывающее и исключающее дѣленіе возможнаго событія будетъ такое:

1-й бѣлый шаръ,	2-й черный вѣроятность	0,1
1-й черный	2-й бѣлый	0,1
1-й черный	2-й черный	$\frac{C_9^2}{C_{10}^2} = 0,8$
1-й бѣлый	2-й бѣлый	$0,1 \times 0 = 0$
	Сумма вѣроятностей	1.

Дѣленіе понятія A на B и не B есть дѣленіе исключающее и исчерпывающее. Если вѣроятность, что A есть B, обозначимъ P, то вѣроятность, что A не B, будетъ $1 - P$.

Пользуясь этимъ обозначеніемъ, можно иначе выразить вѣроятность альтернативы исчерпывающей. Пусть вѣроятность появленія бѣлаго шара изъ одного ящика будетъ p, изъ другого q; тогда вѣроятность появленія чернаго шара или непоявленія

бѣлаго будетъ изъ 1-го ящика $p' = 1 - p$, изъ 2-го $q' = 1 - q$, такъ какъ или бѣлый, или черный шаръ непремѣнно появится, и слѣд. $p + p' = 1$ и $q + q' = 1$. Вѣроятность P появленія бѣлаго шара изъ одного изъ двухъ ящиковъ, если вынуть изъ каждаго по шару, $P = p + (1-p)q$, $(1-p)q$ — исключающая вѣроятность появленія бѣлаго шара изъ 2-го ящика. $P = p + (1-p)q = 1 - 1 + p + (1-p)q = 1 - \{(1-p) - (1-p)q\} = 1 - (1-p)(1-q)$. Слѣдовательно $P = 1 - (1-p)(1-q)$. $(1-p)(1-q)$ — это вѣроятность того, что изъ обоихъ ящиковъ появятся черные шары, или что бѣлый шаръ совсѣмъ не появится. P есть вѣроятность того, что бѣлый шаръ появится хотя одинъ разъ. Очевидно, что бѣлый шаръ или вовсе не появится, или появится хотя одинъ разъ, и слѣд. $P + (1-p)(1-q) = 1$. Такимъ образомъ послѣднее равенство можно было бы получить и непосредственно. По этой формулѣ вѣроятность появленія орла при одномъ изъ двухъ бросаній будетъ $P = 1 - (1 - {}^1/_2)(1 - {}^1/_2) = {}^3/_4$, при одномъ изъ трехъ бросаній — $P = 1 - (1 - {}^1/_2)(1 - {}^1/_2)(1 - {}^1/_2) = {}^7/_8$, вѣроятность появленія бѣлаго шара изъ одного изъ двухъ ящиковъ $P = 1 - (1 - 0{,}7)(1 - 0{,}4) = 1 - 0{,}3 \cdot 0{,}6 = 0{,}32$. Распространяя формулу на альтернативу изъ большаго числа членовъ и обозначая вѣроятности отдѣльныхъ событій p, q, r, s... получимъ, что вѣроятность альтернативы $P = 1 - (1-p)(1-q)(1-r)(1-s)$...

4. Большія вѣроятности и достовѣрность.

Въ обыденной жизни и даже въ научныхъ сочиненіяхъ большая вѣроятность часто смѣшивается съ достовѣрностью; слова: „конечно“, „навѣрно“, „достовѣрно“ употребляются, когда что-либо очень вѣроятно, и не рѣдкость встрѣтить выраженія „болѣе достовѣрно“ „менѣе достовѣрно“. Между тѣмъ достовѣрность есть понятіе абсолютное и не можетъ имѣть степеней: положеніе можетъ быть достовѣрно или недостовѣрно, но не можетъ быть болѣе или менѣе достовѣрно. Если въ ящикѣ одинъ черный шаръ на милліонъ, билліонъ или трилліонъ бѣлыхъ, и мы вынимаемъ одинъ шаръ, всякій скажемъ, что вынется конечно, навѣрно, бѣлый шаръ. Но мы легко поймемъ разницу между этими высокими степенями вѣроятности и достовѣрностью, если представимъ себѣ, что съ появленіемъ бѣлаго шара связанъ для насъ какой-нибудь очень важный интересъ, положимъ наша жизнь. Состояніе нашего ожиданія при вынимании шара — какъ

ни велика наша увѣренность въ появленіи бѣлаго шара — все же существенно отличалось бы отъ того, когда мы знали бы, что въ ящикѣ всѣ шары бѣлые.

Если мы будемъ бросать монету тысячу или милліонъ разъ, случится ли хоть одинъ разъ, что она упадетъ орломъ? Всякій скажетъ, что, конечно, навѣрно случится, и будетъ правъ, потому что вѣроятность этого настолько велика, что, какъ принято говорить, исключаетъ возможность разумнаго сомнѣнія, разумѣя подъ словомъ „разумно“ простой здравый смыслъ; однако это все же только вѣроятность. Вѣроятность хотя бы одного орла при n бросаніяхъ, какъ мы высчитывали выше, равна $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots+\frac{1}{2^n}=1-\frac{1}{2^n}$ Эта сумма, съ возрастаніемъ n, все возрастаетъ и приближается какъ угодно близко къ 1, никогда однако ея не достигая или достигая въ безконечности. Достовѣрность есть слѣдовательно предѣлъ, къ которому стремится вѣроятность, никогда его не достигая или достигая только въ безконечности.

Называя достовѣрностью высокія степени вѣроятности, разговорный языкъ оставляетъ терминъ вѣроятность только для низкихъ ея степеней. Поэтому вѣроятность стала равнозначной шаткости, ненадежности. Устраняя это смѣшеніе понятій, мы будемъ терминъ „вѣроятность“ употреблять для обозначенія всѣхъ ея степеней, начиная отъ самыхъ малыхъ, близкихъ къ невозможности, и до самыхъ большихъ, какъ угодно близкихъ къ достовѣрности. Мы будемъ различать слѣдовательно малыя и большія степени вѣроятности.

5. Вѣроятности причинъ.

Пусть у насъ въ двухъ ящикахъ по 10 шаровъ: въ 1-мъ 7 бѣлыхъ и 3 черныхъ, во 2-мъ 4 бѣлыхъ и 6 черныхъ. Смѣшиваемъ шары обоихъ ящиковъ и вынимаемъ одинъ. Положимъ, вынулся бѣлый шаръ. Изъ какого ящика этотъ шаръ изъ 1-го или изъ 2-го? Опредѣлимъ вѣроятности обоихъ предположеній. Когда шары были смѣшаны, бѣлыхъ шаровъ всего стало $7+4=11$. Всѣ они представляютъ равные шансы появленія бѣлаго шара. Шансовъ въ пользу того, что бѣлый шаръ попался изъ 1-го ящика 7, изъ 2-го 4; всѣхъ шансовъ появленія бѣлаго шара 11. Значитъ, вѣроятность, что бѣлый шаръ попалъ изъ 1-го

ящика $^7/_{11}$, изъ 2-го $^4/_{11}$; эти вѣроятности относятся между собой, какъ $7:4=0{,}7:0{,}4$. Но 0,7 есть вѣроятность появленія бѣлаго шара, если бы мы вынимали одинъ шаръ изъ 1-го ящика, 0,4 — изъ 2-го. Распредѣленія шаровъ въ ящикахъ представляютъ двѣ предполагаемыя причины извѣстнаго наблюдаемаго событія — появленія бѣлаго шара. Въ нашемъ примѣрѣ причинъ двѣ, но можно было бы подобнымъ образомъ сдѣлать вычисленіе и для большаго числа предположеній; $^7/_{11}$ и $^4/_{11}$ представляютъ вѣроятности предполагаемыхъ причинъ; 0,7 и 0,4 представляютъ вѣроятности того, что событіе произошло бы, если бы дѣйствовала 1-я причина и 2-я, значитъ, вѣроятности предположеній о причинахъ, происходящія только отъ совершенія извѣстнаго событія, пропорціональны вѣроятностямъ появленія этого событія при наличности каждой изъ данныхъ причинъ. Отсюда слѣдуетъ, что если какая-либо причина дѣлаетъ появленіе извѣстнаго событія мало вѣроятнымъ, то такъ же мало вѣроятно чтобы это событіе, когда мы знаемъ только, что оно случилось, имѣло эту причину. Такъ, Лапласъ, замѣтивъ совпаденія въ направленіи орбитныхъ движеній 11 извѣстныхъ въ его время планетъ, 18 ихъ спутниковъ и 14 осевыхъ движеній, вычислилъ вѣроятность того, что всѣ они вызваны общей причиной. Если бы всѣ эти движенія произошли не отъ общей причины и были бы случайны, то для каждаго были бы одинаково вѣроятны оба направленія движенія: въ ту же сторону, куда происходитъ какое-либо одно взятое движеніе, или въ противоположную. Вѣроятность одного совпаденія, значитъ, $^1/_2$; тогда вѣроятность 42 совпаденій будетъ $(^1/_2)^{42}$, или приблизительно 1 къ 4,4 триллiонамъ. Съ гораздо большей вѣроятностью можно ожидать такого совпаденія, если предположить, что всѣ движенія вызваны одной причиной. Поэтому и вѣроятность общей причины этихъ движеній чрезвычайно велика въ сравненіи со случайностью совпаденія.

Кирхгофъ и Бунзенъ нашли 60 линій солнечнаго спектра, совпадающихъ съ линіями желѣза. Случайное ли это совпаденіе, или зависитъ отъ присутствія желѣза на солнцѣ? Какова вѣроятность, что такое совпаденіе произошло бы, если бы это зависѣло отъ случая? Въ ихъ спектроскопѣ среднее разстояніе между темными линіями солнечнаго спектра было вдвое больше того разстоянія около каждой линіи, внутри котораго линіи

кажутся совпадающими. Слѣд., если какая-нибудь линія случайно упала на солнечный спектръ, то столько же вѣроятности, что она совпала бы съ одной изъ спектральныхъ линій, какъ и не совпала бы. Вѣроятность одного совпаденія $^1/_2$. Вѣроятность 60 совпаденій $(^1/_2)^{60}$, или приблизительно $1:10^{18}$. Если же есть на солнцѣ желѣзо, то совпаденіе весьма вѣроятно, т.-е имѣетъ вѣроятность близкую къ 1. Значитъ и вѣроятность присутствія желѣза громадна сравнительно съ вѣроятностью случайнаго совпаденія линій.

III. Методы индукціи.

1. Индукція, какъ было уже сказано (I, 2), представляетъ процессъ обратный дедукціи и, какъ таковой, имѣетъ много общаго съ обратными дѣйствіями въ ариѳметикѣ. Какъ тамъ аксіомы прямо прилагаются только къ выводу правилъ и свойствъ прямыхъ дѣйствій, правила же обратныхъ выводятся при посредствѣ угадыванія, или гипотезъ; такъ въ индуктивномъ процессѣ мы не обладаемъ другой формой вывода кромѣ силлогизма, и индукціи получаются при помощи угадыванія, или гипотезъ, которыя повѣряются чрезъ сравненіе выводовъ изъ нихъ съ опытомъ. Только въ ариѳметикѣ, когда мы получили число, удовлетворяющее условіямъ, всѣ другія предположенія исключаются, потому что никакое другое число не можетъ имъ удовлетворять, не можетъ при умноженіи на тотъ же дѣлитель давать данное дѣлимое, или при сложеніи съ тѣмъ же вычитаемымъ — данное уменьшаемое. Въ индуктивныхъ же выводахъ мы никогда не можемъ достигнуть этого исключенія съ полной достовѣрностью, а только съ большей или меньшей степенью вѣроятности. Когда мы подносимъ магнитъ къ куску желѣза и замѣчаемъ въ послѣднемъ движеніе, мы можемъ приписать это движеніе магниту или какой-нибудь другой причинѣ, дѣйствіе которой случайно совпало съ приближеніемъ магнита. Чтобы опредѣлить вѣроятности этихъ причинъ, надо вычислить вѣроятности, сообщаемыя причинами данному событію. Если причина въ магнитѣ, то приближеніе необходимо должно вызывать движеніе; вѣроятность 1. Если причина, случайно совпавшая съ приближеніемъ магнита, то, ничего не зная о дѣйствіи этой причины, мы должны признать равно вѣроятными совпаденіе и несовпаденіе ея дѣйствія съ приближеніемъ магнита. Вѣроятность одного

совпаденія $^1/_2$, вѣроятность n совпаденій $^1/_{2^n}$ Значитъ вѣроятность, что причина движенія желѣза или часть причины лежитъ въ магнитѣ, относится къ вѣроятности случайнаго совпаденія, какъ 1 съ $^1/_{2^n}$. Если принять въ расчетъ всѣ наблюдавшіеся до сихъ поръ случаи притяженія желѣза при приближеніи магнита, то нельзя не признать, что вѣроятность 1-го предположенія громадна, а 2-го очень близка къ 0; но все же никакой конечный опытъ не можетъ дать достовѣрность: ее могъ бы дать только безконечный опытъ.

2. Исключеніе случайныхъ совпаденій.

Вѣроятность причинной связи, какъ видно изъ предыдущаго примѣра, зависитъ отъ невѣроятности предположенія случайнаго совпаденія наблюдаемыхъ явленій. Отсюда самый естественный путь для установленія причинной связи представляетъ исключеніе случайностей.

a) Въ нашемъ примѣрѣ исключеніе достигается собираніемъ случаевъ, гдѣ предполагаемая причина неизмѣнно сопровождалась предполагаемымъ дѣйствіемъ. Но кромѣ числа наблюденныхъ случаевъ здѣсь имѣетъ значеніе также разнообразіе ихъ, потому что чѣмъ они разнообразнѣе, тѣмъ меньше остается мѣста предположенію, что кромѣ предполагаемой причины они всѣ сходны еще въ какомъ-либо не замѣчаемомъ нами обстоятельствѣ, которое и представляетъ настоящую причину. Этотъ способъ исключенія случайностей наз. методомъ сходства.

b) Вѣроятность заключенія о причинѣ можетъ быть увеличена также сравненіемъ случаевъ, когда причина была налицо, съ тѣми, когда ея не было. Пока нѣтъ магнита, кусокъ желѣза неподвиженъ; какъ только подносится магнитъ, желѣзо приходитъ въ движеніе; удаляемъ магнитъ — желѣзо снова остается спокойнымъ. Невѣроятность предположенія, чтобы такое совпаденіе различій въ предшествующихъ обстоятельствахъ (приближеніе магнита и удаленіе) и въ слѣдствіяхъ (появленіе и прекращеніе движенія въ желѣзѣ) было случайнымъ, обусловливаетъ вѣроятность причинной связи. Этотъ методъ исключенія случайностей наз. методомъ различія. Онъ имѣетъ тѣмъ большую силу, чѣмъ болѣе вѣроятности, что одинъ случай отличается отъ другого только тѣмъ, что въ одномъ присутствуетъ предполагаемая причина, а въ другомъ нѣтъ. Наибольшая увѣренность въ этомъ можетъ быть тогда, когда

мы сами производимъ явленія, т.-е. въ опытахъ. Въ этомъ заключается преимущество опытовъ передъ пассивнымъ наблюденіемъ. Подобнымъ образомъ мы могли бы установить, что треніе двухъ тѣлъ возбуждаетъ электричество. Натирая другъ о друга самыя различныя тѣла и поднося ихъ къ электроскопу, замѣчаемъ, что они заряжены; поднося тѣла не потертыя, никакого дѣйствія на электроскопъ не наблюдаемъ. Сравнивая между собой всѣ случаи, когда на лицо причина, мы примѣняемъ методъ сходства; сравнивая первые съ тѣми, когда предполагаемая причина отсутствовала, примѣняемъ методъ различія.

c) Но мы можемъ еще усилить вѣроятность заключенія, когда одни и тѣ же два тѣла будемъ тереть сильнѣе и слабѣе. Тогда увидимъ, что болѣе сильному натиранію соотвѣтствуетъ и болѣе сильная электризація.

Представляется чрезвычайно невѣроятнымъ, чтобы явленія, если бы они не были связаны причинной связью, могли такъ совпадать въ степеняхъ. Этотъ методъ исключенія случайностей наз. методомъ сопутствующихъ измѣненій.

3. Аналогія.

Иногда въ различныхъ областяхъ явленій мы встрѣчаемъ сходныя отношенія между свойствами. Это сходство отношеній называется аналогіей, и свойства называются аналогичными. Такъ, температура аналогична электрическому потенціалу, потому что многіе законы и формулы теплоты сходны съ законами и формулами электрическихъ явленій, и температура въ первыхъ занимаетъ то же мѣсто, что потенціалъ во вторыхъ. Поэтому, выводъ Омомъ его извѣстнаго закона представляетъ заключеніе по аналогіи. Температура аналогична высотѣ, и Карно вывелъ свой законъ по аналогіи съ формулой, выражающей производительность водяной машины.

Въ косоугольномъ треугольникѣ отношенія всѣхъ угловъ къ сторонамъ одинаковы, и формулы для всѣхъ угловъ аналогичны. Поэтому, когда мы выведемъ формулу $\sin\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}$ и, не повторяя вывода, напишемъ $\sin\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ba}}$, то сдѣлаемъ заключеніе по аналогіи. Отношеніе спутниковъ къ Юпитеру сходно съ отношеніемъ планетъ къ солнцу, и Юпи-

теръ со своими спутниками представляетъ систему аналогичную солнечной. Поэтому, когда современники Галилея увидали въ его открытіи спутниковъ Юпитера сильнѣйшее подтвержденіе гипотезы Коперника, они сдѣлали заключеніе по аналогіи. Соединенія хлора аналогичны соединеніямъ іода; поэтому, изучивъ какое-нибудь соединеніе хлора, мы по аналогіи можемъ заключить о существованіи подобнаго же соединенія іода. Многія сходства заставляютъ считать Марсъ физической системой аналогичной землѣ; отсюда по аналогіи заключаютъ о существованіи на Марсѣ живыхъ существъ, искусственныхъ каналовъ и т. п. Общая черта всѣхъ заключеній по аналогіи та, что отъ сходства въ однихъ свойствахъ мы заключаемъ къ сходству въ другихъ на основаніи предполагаемаго сходства отношеній. Это предположеніе можетъ имѣть самыя различныя степени вѣроятности, съ одной стороны переходя въ достовѣрность, какъ въ случаѣ математической аналогіи, съ другой — приближаясь къ $^1/_2$, какъ въ простыхъ заключеніяхъ отъ одного частнаго сходства къ другому

Аналогіями обыкновенно руководствуются при построеніи гипотезъ, и въ этомъ заключается главное значеніе аналогіи въ наукѣ. Мы уже видѣли, что заключеніямъ по аналогіи обязаны мы законами Ома и Карно. Аналогія между вращательнымъ движеніемъ камня, привязаннаго на шнурѣ, и движеніемъ планетъ приводила къ заключенію о томъ, что послѣднія движутся подъ дѣйствіемъ центральной силы, и затѣмъ къ открытію всемірнаго тяготѣнія. Аналогія между цвѣтами и тонами приводила къ волнообразной теоріи свѣта. Наконецъ, всѣ гипотезы о невидимыхъ причинахъ явленій создаются по аналогіи съ видимыми движеніями.

4. Теорія росы.

Прекрасный примѣръ примѣненія изложенныхъ индуктивныхъ методовъ представляетъ теорію росы Уельса, которую мы приводимъ въ изложеніи Дж. Гершеля. „Прежде всего мы должны отличить росу отъ дождя и тумана и ограничить примѣненіе термина тѣмъ, что дѣйствительно разумѣется, т.-е. появленіемъ влажности на тѣлахъ на открытомъ воздухѣ, когда не падаетъ ни дождя, ни видимой влаги. Далѣе мы имѣемъ аналогичныя явленія во влагѣ, которая орошаетъ холодный металлъ или камень, когда мы дышимъ на него, или стаканъ

съ холодной ключевой водой въ жаркую погоду, или которая появляется на внутренней поверхности оконныхъ стеколъ, когда дождь или градъ вдругъ охладитъ наружный воздухъ, или капаетъ съ нашихъ стѣнъ, когда послѣ продолжительнаго мороза наступаетъ теплая сырая погода; всѣ эти случаи сходятся въ томъ, что покрытый росой предметъ холоднѣе соприкасающагося съ нимъ воздуха.

Но въ случаѣ ночной росы имѣемъ ли мы реальную причину — дѣйствительно ли покрывающійся росой предметъ холоднѣе воздуха? Конечно, нѣтъ, были бы мы склонны сказать на первыхъ порахъ, почему бы это было такъ? Но аналогіи убѣдительны и согласны, и мы не можемъ пренебречь ихъ указаніями; къ тому же опытъ не представляетъ трудности: стоитъ только однимъ термометромъ прикоснуться къ покрытому росой предмету, а другой повѣсить на небольшомъ разстояніи отъ него, но внѣ его вліянія. Опыты были сдѣланы и дали утвердительный отвѣтъ: какъ только предметъ покрывается росой, онъ холоднѣе воздуха. Здѣсь мы имѣемъ неизмѣнное сопутствующее обстоятельство. Но есть ли это охлажденіе слѣдствіе росы, или причина? Мы должны собрать болѣе фактовъ или, что то же, измѣнять обстоятельства, потому что всякій случай съ измѣненными обстоятельствами представляетъ новый фактъ; особенно мы должны замѣтить отрицательные случаи, т. е. тѣ, когда роса не производится. Здѣсь, во-1-хъ, роса не появляется на полированныхъ поверхностяхъ металловъ, но въ изобиліи на стеклѣ и не только на верхней, но часто и на нижней поверхности. Это послѣднее обстоятельство исключаетъ паденіе влаги съ неба въ невидимой формѣ, что могло бы тоже представиться, какъ причина.

Въ случаяхъ полированныхъ металловъ и полированнаго стекла контрастъ указываетъ съ очевидностью, что вещество имѣетъ существенное вліяніе на явленіе. Поэтому будемъ разнообразить какъ можно болѣе вещество, выставляя полированныя поверхности различнаго рода тѣлъ. Когда это сдѣлаемъ, то скала степеней станетъ очевидной. Такимъ образомъ было найдено, что изъ полированныхъ веществъ тѣ сильнѣе покрываются росой, которыя хуже проводятъ тепло. Здѣсь мы встрѣчаемъ законъ первой степени общности. Но если мы возьмемъ шероховатыя поверхности вмѣсто полированныхъ, то встрѣчаемъ разногласіе съ закономъ. Такъ, шероховатое желѣзо, осо-

бенно окрашенное или зачерненное, скорѣе покрывается росой, чѣмъ лакированная бумага: родъ поверхности имѣетъ, значитъ, большое вліяніе. Поэтому выставимъ то же вещество съ различнаго рода поверхностями и мы обнаружимъ другую скалу степеней: поверхности, которыя лучше испускаютъ тепло, обильнѣе покрываются росой. Такимъ образомъ получили другой законъ той же степени общности, какъ и первый, сравнивая два рода фактовъ: одинъ — относящійся къ появленію росы, другой — къ лучеиспусканію. Далѣе, установивъ вліяніе вещества и поверхности, мы приходимъ къ разсмотрѣнію вліянія строенія и получаемъ третью скалу степеней, показывающую, что вещества съ плотнымъ, твердымъ строеніемъ, какъ камни, металлы и др., не благопріятны, а съ рыхлымъ, какъ полотно, шерсть, бархатъ, гагачій пухъ, шелкъ и др., въ высшей степени благопріятны появленію росы; а это какъ разъ тѣ, которыя всего болѣе пригодны на одежду, т.-е. чтобы мѣшать теплу кожи уходить въ воздухъ, такъ что онѣ могутъ легко охлаждаться на поверхности, оставаясь теплыми внутри. Наконецъ, къ числу отрицательныхъ случаевъ относится то, что роса никогда обильно не осѣдаетъ на предметахъ, чѣмъ-нибудь прикрытыхъ отъ яснаго неба, и вовсе не осѣдаетъ въ облачныя ночи; но стоитъ облакамъ разорваться, хотя бы на нѣсколько минутъ, и открыть чистое небо, какъ явно начинается осажденіе росы и все возрастаетъ. Здѣсь уже причина ясно обнаруживается тѣмъ, что она предшествуетъ явленію, о которомъ идетъ рѣчь. Ясное безоблачное небо является существеннымъ условіемъ, что то же; облака и закрывающіе предметы представляютъ противодѣйствующія причины и до такой степени, что роса, образованная въ ясные промежутки, часто снова испаряется, когда небо покроется густыми облаками.

Когда мы соберемъ теперь эти частныя индукціи, чтобы вывести изъ нихъ общее заключеніе, мы замѣтимъ, во-1-хъ, что все приводитъ насъ къ тому первому общему факту, что поверхность покрывающагося росой тѣла охлаждена ниже температуры воздуха. Поверхности, которыя лучше испускаютъ свою теплоту и къ которымъ теплота медленнѣе притекаетъ изнутри, охлаждаются, если для теплоты будутъ благопріятныя условія излучаться и она ни откуда не будетъ возстановляться. А такими благопріятными условіями является чистое небо, такъ какъ извѣстенъ законъ, что всѣ тѣла излучаютъ теплоту и постоянно

получаютъ ее отъ окружающихъ предметовъ черезъ такое же лучеиспусканіе. Облака и окружающіе предметы являются поэтому противодѣйствующими причинами, возстановляя все или большую часть тепла, излучаемаго тѣломъ, которое можетъ дѣйствительно потерять тепло только чрезъ свободныя отверстія въ безконечное пространство. Итакъ, мы приходимъ, наконецъ, къ ближайшей общей причинѣ росы, которая заключается въ томъ, что покрывающаяся росой поверхность охлаждается чрезъ лучеиспусканіе быстрѣе, чѣмъ теплота возвращается ей теплопроводностью отъ земли, или лучеиспусканіемъ отъ окружающихъ предметовъ, такъ что тѣло становится холоднѣе воздуха и вызываетъ осажденіе заключающихся въ немъ паровъ.

5. Количественные законы.

Открывъ ближайшую причину явленія, нужно изучить законы ея дѣйствія, между которыми первое мѣсто занимаютъ количественные законы. Они выражаютъ, какъ говорятъ, зависимость между количествомъ причины и количествомъ дѣйствія, точнѣе: зависимость между величинами, характеризующими причину, и величинами, характеризующими дѣйствіе. Такъ, въ законѣ Ньютона или законѣ Кулона массы тѣлъ или количества магнетизма или электричества и разстоянія представляютъ величины, характеризующія причину — данныя тѣла и ихъ расположеніе, сила или ускореніе — величины, характеризующія дѣйствіе — производимое движеніе. Въ законѣ Маріотта: объемъ газа обратно пропорціоналенъ производимому давленію, отношеніе давленій есть величина, характеризующая причину — измѣненіе давленія, отношеніе объемовъ — дѣйствіе — измѣненіе объема. Въ выраженіи того же закона: упругость газа обратно пропорціональня объему, измѣненіе объема разсматривается, какъ причина измѣненія упругости газа: отношеніе объемовъ — величина, характеризующая причину, отношеніе упругостей — дѣйствіе.

Законъ выражается равенствомъ, въ которомъ обыкновенно лѣвая часть представляетъ величину, характеризующую дѣйствіе, функцію, которая въ этомъ случаѣ наз. явной, правая — алгебраическую формулу, заключающую величины, характеризующія причину — независимыя пермѣнныя. Сила въ законахъ Ньютона или Кулона представляетъ явную функцію массъ и разстоянія, представляющихъ независимыя перемѣнныя. Иногда же

и тѣ и другія величины включаются въ одну часть равенства, и тогда одна будетъ неявной функціей другой. Такъ, въ выраженіи закона Маріотта $pv = \text{const}$ одна изъ величинъ служитъ неявной функціей другой.

Законъ, выражающій какую-нибудь величину, какъ функцію многихъ независимыхъ перемѣнныхъ, выводится всегда изъ частныхъ, болѣе простыхъ законовъ, выражающихъ зависимость этой величины отъ каждаго перемѣннаго отдѣльно. Общій законъ Маріотта-Гэй-Люссака, выражающій зависимость между объемомъ, давленіемъ и температурой газа, выводится изъ частныхъ законовъ: Маріотта, выражающаго зависимость объема отъ давленія, при постоянной температурѣ, и закона Гей-Люссака, выражающаго зависимость объема отъ температуры при постоянномъ давленіи. Чтобы вывести частный законъ, надо выбирать произвольныя значенія для независимаго перемѣннаго (напр. давленія) и измѣрять соотвѣтствующія значенія функцій. Получивъ два ряда чиселъ, надо подыскать общую формулу, которая бы ихъ обнимала. При этомъ, какъ въ обратныхъ дѣйствіяхъ въ математикѣ знаніе свойствъ прямого дѣйствія служитъ только къ тому, чтобы сузить предѣлы для угадыванія, такъ и при индукціи количественнаго закона знаніе свойствъ алгебраическихъ функцій и характера ихъ измѣненій можетъ ограничить кругъ для угадыванія или для гипотезъ, но не можетъ ихъ устранить: угадываніе общей формулы и повѣрка ея на данныхъ опыта служитъ единственнымъ средствомъ для установленія индуктивнаго количественнаго закона.

Открытіе количественныхъ законовъ между „количествомъ причины“ и „количествомъ дѣйствія“ имѣетъ очень важное значеніе для установленія причинъ явленій. Методъ сопутствующихъ измѣненій значительно выигрываетъ въ доказательности, когда между количествомъ предполагаемой причины и количествомъ дѣйствія установляется не неопредѣленное соотвѣтствіе, а точная пропорціональность, или хотя бы другая точная зависимость. Такъ, законъ Маріотта не только показываетъ, что каждому измѣненію объема соотвѣтствуетъ измѣненіе давленія, но установляетъ точную количественную зависимость между ними, а это увеличиваетъ увѣренность въ томъ, что причина измѣненія объема лежитъ въ измѣненіи давленія. Замѣчая, что въ паровой машинѣ затрачивается теплота, мы приходимъ къ предположенію, что теплота производитъ работу. Но это

предположеніе было установлено только тогда, когда опыты показали, что количество затрачиваемаго тепла пропорціонально количеству получаемой работы.

Только установленіе точныхъ законовъ между количествомъ причины и количествомъ дѣйствія можетъ дать намъ увѣренность въ полномъ знаніи причинъ. Если каждое измѣненіе одного явленія неизмѣнно сопровождается измѣненіемъ въ другомъ, отсюда можно заключить, что первое явленіе представляетъ существенное условіе, т.-е. причину или часть причины второго; только точный количественный законъ можетъ рѣшить эту дилемму. Въ законѣ сохраненія энергіи мы имѣемъ самый надежный методъ для устаповленія причинъ явленій. Вмѣстѣ съ тѣмъ онъ показываетъ, что въ работѣ и энергіи силъ мы имѣемъ истинную мѣру количества причины и дѣйствія, такъ какъ они всегда пропорціональны.

6. Общіе описательные законы.

Открытіе причинъ явленій часто требуетъ ихъ сравненія и изученія ихъ общихъ свойствъ, зависимости между различными свойствами и величинами, характеризующими одно и то же явленіе, или два различныя, но такія, изъ которыхъ ни одно не принимается за причину другого. Эти общія свойства и зависимости выражаются также общими предложеніями или уравненіями, какъ и законы причины, но они не указываютъ на причинную связь явленій, а только описываютъ ихъ и потому наз. описательными законами. Такъ, законы кипѣнія или плавленія описываютъ явленія, указываютъ зависимость между величинами, характеризующими эти явленія, и величинами, характеризующими другія, не служащія ни причиной, ни слѣдствіемъ этихъ (температура кипѣнія или плавленія та же, что температура ожиженія или отвердѣванія), и потому представляютъ описательные законы. Законъ, что всякая жидкость кипитъ при той температурѣ, при которой упругость насыщающихъ паровъ ея равна внѣшнему давленію, хотя и служитъ прямо къ объясненію причины кипѣнія, все же представляетъ законъ описательный, такъ какъ самъ не высказываетъ этой причины. Законы равномѣрнаго или равноускореннаго движенія представляютъ описательные законы, такъ какъ пройденное пространство, время, скорость и ускореніе представляютъ величины, характеризующія одно явленіе — данное движеніе. 1-й законъ Кеплера описываетъ

геометрическое свойство явленія, 2-й — зависимость между величинами, характеризующими одно и то же явленіе, 3-й — зависимость между величинами, характеризующими различныя явленія — движенія двухъ планетъ, изъ которыхъ ни одно не служитъ ни причиной, ни слѣдствіемъ другого. Законы распространенія, отраженія и преломленія свѣта описываютъ геометрическія свойства явленій и не высказываютъ ихъ причины: это тоже описательные законы. Всѣ описательные законы потому тоже законы, что отдѣльные наблюдаемые факты вытекаютъ изъ нихъ, какъ необходимыя логическія послѣдствія. Они, подобно законамъ причины, представляютъ логическія причины тѣхъ фактовъ, изъ которыхъ они выведены, и процессъ, которымъ они выводятся, представляетъ тоже индукцію.

7. Простыя и сложныя явленія.

а) Изолированіе причинъ въ опытѣ.

Всѣ извѣстныя намъ силы природы ослабляются съ увеличеніемъ разстоянія, и предѣлы, внутри которыхъ эти дѣйствія еще замѣтны, для различныхъ силъ различны. Такъ, силы сцѣпленія и химическаго сродства проявляютъ замѣтное дѣйствіе только на чрезвычайно малыхъ, не замѣтныхъ для глазъ разстояніяхъ; электрическія и магнитныя силы дѣйствуютъ на такихъ большихъ разстояніяхъ, какія отдѣляютъ землю отъ тучъ и верхнихъ слоевъ атмосферы (вліяніе сѣверныхъ сіяній на магнитную стрѣлку), и, быть можетъ, даже на разстояніяхъ между солнцемъ и землей и кометами, когда онѣ близко подходятъ къ солнцу (вліяніе солнечныхъ пятенъ на магнитную стрѣлку, теорія образованія кометныхъ хвостовъ); наконецъ, всемірное тяготѣніе дѣйствуетъ до самыхъ отдаленныхъ частей солнечной системы. Поэтому, чѣмъ дальше тѣла другъ отъ друга, тѣмъ проще ихъ взаимодѣйствія, такъ какъ представляютъ результатъ меньшаго числа силъ, и тѣмъ проще ихъ законы, такъ какъ выражаются функціями меньшаго числа независимыхъ перемѣнныхъ. Изъ всѣхъ явленій природы всѣхъ проще явленія астрономическія, затѣмъ слѣдуютъ видимыя движенія тѣлъ, или молярныя явленія, и всего сложнѣе невидимыя явленія молекулярныя и химическія. Простотѣ явленій соотвѣтствуетъ легкость ихъ изученія. Поэтому изъ всѣхъ наукъ о природѣ астрономія достигла наибольшаго совершенства, за ней

слѣдуетъ физика молярныхъ явленій и потомъ уже физика молекулярныхъ явленій и химія. Отсюда понятно, почему для изученія законовъ явленій стараются ихъ, по возможности, упростить; понятно также новое, чрезвычайно важное преимущество опыта передъ пассивнымъ наблюденіемъ. Въ опытѣ мы всегда создаемъ явленіе при болѣе простыхъ условіяхъ сравнительно съ тѣмъ, какъ оно естественно встрѣчается въ природѣ, по возможности, даже изолируемъ дѣйствіе одной причины. Изучивъ дѣйствія отдѣльныхъ силъ, мы уже можемъ вывести потомъ законъ совокупнаго ихъ дѣйствія. Такъ, едва ли когда-либо удалось бы дойти до законовъ расширенія воздуха, если бы въ опытѣ Маріотта мы не изолировали дѣйствіе одного давленія при постоянной температурѣ и постоянной массѣ, въ опытѣ Гей-Люссака — дѣйствіе одной температуры. Открывши законы этихъ простыхъ дѣйствій, мы соединяемъ ихъ въ законъ сложнаго явленія, такъ называемый соединенный законъ Маріотта-Гей-Люссака. Но и этотъ законъ еще не годится для объясненія явленій расширенія воздуха, какъ они происходятъ въ атмосферѣ, потому что атмосферный воздухъ всегда содержитъ водяные пары. Мы изолируемъ водяной паръ, вводя его въ торичелліеву пустоту, и изучаемъ дѣйствіе на него давленія и температуры — законы упругости паровъ насыщающихъ и не насыщающихъ пространство. Только изучивъ всѣ эти изолированныя дѣйствія отдѣльныхъ причинъ, мы можемъ приступить къ объясненію атмосферныхъ явленій.

d) Методъ среднихъ чиселъ.

Однако и послѣ изученія законовъ дѣйствій отдѣльныхъ силъ намъ не доступно полное объясненіе явленій атмосферныхъ или молекулярныхъ во всей ихъ индивидуальной сложности. Погода извѣстнаго дня и часа представляетъ результатъ такого множества причинъ, что, даже зная законы ихъ дѣйствій, мы не можемъ сложить эти дѣйствія и вывести общій результатъ. То, что поддается нашему объясненію, — это не индивидуальныя явленія во всей ихъ сложности, а тоже нѣсколько упрощенныя явленія, изолированныя дѣйствія только не отдѣльныхъ силъ, а нѣкоторыхъ совокупностей силъ. По степени сложности они занимаютъ среднее мѣсто между сложностью индивидуальныхъ явленій и простотой дѣйствій отдѣльныхъ

силъ. Методъ изолированія, который здѣсь примѣняется, какъ и вездѣ, гдѣ не возможны опыты, есть методъ среднихъ чиселъ.

Въ сложныхъ явленіяхъ значенія величинъ, характеризующихъ явленія, представляютъ алгебраическія суммы значеній этихъ величинъ, которыя производятся каждой силой отдѣльно. Чтобы выдѣлить результатъ дѣйствія нѣкоторой группы связанныхъ между собою силъ, мы соединяемъ всѣ случаи, когда силы дѣйствовали всегда въ одномъ направленіи. Другія силы, которыя не связаны необходимо съ выбранной нами группой, будутъ въ выбранныхъ нами случаяхъ присутствовать случайно и потому, на основаніи теоріи вѣроятностей, мы можемъ заключить, что онѣ столько же разъ будутъ дѣйствовать въ одномъ направленіи, какъ и въ другомъ, столько же разъ будутъ увеличивать каждую изъ величинъ, какъ и уменьшать, потому что нѣтъ причины, почему бы онѣ чаще или сильнѣе дѣйствовали въ одномъ направленіи, чѣмъ въ другомъ. Поэтому ариѳметическое среднее всѣхъ значеній какой-либо величины будетъ представлять наивѣроятнѣйшій результатъ дѣйствія выбранной нами группы силъ, тѣмъ болѣе вѣроятный, чѣмъ больше взято случаевъ. Такъ, желая опредѣлить дѣйствіе на температуру инсоляціи, лучеиспусканія и суточнаго вращенія земли, мы беремъ, положимъ для каждаго часа, среднія температуры изъ данныхъ для различныхъ мѣстъ и за много дней и лѣтъ. Сопоставляя потомъ полученныя среднія числа для каждаго часа или вычерчивая по нимъ кривую, мы получаемъ законъ средняго суточнаго измѣненія температуры или наивѣроятнѣйшій законъ измѣненія температуры подъ дѣйствіемъ сказанныхъ причинъ. Зная законы нагрѣванія, лучеиспусканія и суточнаго вращенія земли, мы можемъ вывести, какъ должна измѣняться температура при дѣйствіи этихъ причинъ. Согласіе вывода съ указанными средними выводами изъ данныхъ наблюденія объясняетъ намъ явленія. Чтобы найти вліяніе на температуру всѣхъ мѣстныхъ условій, мы беремъ среднія температуры для каждаго даннаго мѣста годовую, зимнюю или лѣтнюю. Сопоставляя эти среднія температуры различныхъ мѣстъ, или проводя по нимъ кривыя (изотермическія линіи), мы получаемъ понятіе о дѣйствіи мѣстныхъ условій. Зная законы инсоляціи, лучеиспусканія, испаренія и осажденія паровъ, расширенія воздуха и измѣненія барометрическаго давленія, а также географическія условія мѣстъ, мы можемъ сообразить, какія

различія температуръ должны быть вызваны различіями въ этихъ условіяхъ, и, сравнивая съ добытыми средними данными, объяснить наблюдаемыя явленія.

Въ области молекулярныхъ явленій нашему наблюденію доступны только суммарныя дѣйствія (расширеніе тѣла, давленіе и т. п.), а не движенія отдѣльныхъ частицъ. Въ этихъ суммарныхъ дѣйствіяхъ индивидуальныя различія отдѣльныхъ дѣйствій (направленій, скоростей, толчковъ отдѣльныхъ частицъ) исчезаютъ и проявляются только среднія, сходныя ихъ условія. Поэтому и въ кинетической теоріи строенія тѣлъ мы встрѣчаемъ среднія числа: среднія скорости, среднія разстоянія частицъ, среднія длины путей и т. п.

C) Погрѣшности измѣреній.

Выше, говоря о повѣркѣ количественныхъ законовъ, мы допускали, что она можетъ дать точное совпаденіе результата, выведеннаго изъ закона, съ данными опыта. Однако на дѣлѣ совпаденіе бываетъ всегда только приблизительное, и сколько бы мы провѣрокъ ни дѣлали, всѣ онѣ вообще не совпадаютъ ни съ выводами изъ закона, ни между собой. То, что результаты измѣренія не совпадаютъ между собой, показываетъ, что измѣренія всегда сопровождаются ошибками и несовпаденіе выводовъ изъ закона съ данными измѣренія не всегда означаетъ, что законъ не вѣренъ, а можетъ указывать также на ошибочность измѣренія. Теперь спрашивается, какія же разногласія между выводами и данными опыта можно считать опровергающими законъ и какія нужно относить къ недостаткамъ измѣренія? Теорія вѣроятностей рѣшаетъ этотъ вопросъ слѣдующимъ образомъ. Пусть намъ нужно измѣрить удѣльную теплоту мѣди. Всякое полученное нами число мы можемъ разсматривать, какъ результатъ многихъ условій: 1) истиннаго значенія измѣряемой величины, 2) качества приборовъ, 3) неизбѣжной потери теплоты черезъ лучеиспусканіе и теплопроводность и 4) ошибокъ, зависящихъ отъ невозможности совершенно точно опредѣлить доли дѣленій термометрической скалы и скалы вѣсовъ, а также другихъ случайныхъ ошибокъ, которыхъ направленія мы не въ состояніи предусмотрѣть. Теорія вѣроятностей говоритъ, что наивѣроятнѣйшій результатъ трехъ первыхъ постоянныхъ условій будетъ ариѳметическое среднее изъ всѣхъ на-

блюденій, такъ какъ при этомъ вліяніе 4-й группы условій исключится. Вліяніе 2-го и 3-го условій мы должны исключить, или заранѣе изучивъ ихъ дѣйствіе, или расположивъ опытъ такъ, чтобы дѣйствія этихъ условій чѣмъ-нибудь компенсировать. Такъ мы должны знать поправки нашихъ термометровъ и можемъ взять воду калориметра холоднѣе комнатной температуры на столько, чтобы въ первую половину опыта вода получила изъ комнаты столько же тепла, сколько во вторую она дастъ (вычислить можно по предварительному грубому опредѣленію удѣльной теплоты). Сдѣлавъ поправки, получимъ наиболѣе вѣроятное значеніе удѣльной теплоты мѣди. Насколько это значеніе близко къ истинному? Для оцѣнки точности наблюденій теорія вѣроятностей даетъ нѣсколько величинъ, изъ которыхъ мы укажемъ одну — ошибку средняго вывода: $\varphi = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n}} = \sqrt{\frac{\Sigma y^2}{n(n-1)}}$*), гдѣ x представляетъ ошибку отдѣльнаго наблюденія, а y разницу между отдѣльнымъ наблюденіемъ и ариѳметическимъ среднимъ всѣхъ наблюденій.

Найдя среднее всѣхъ наблюденныхъ значеній Z_m, мы можемъ по приведенной формулѣ вычислить φ и тогда утверждать, что истинное значеніе заключается въ предѣлахъ $Z_m + \varphi$ и $Z_m - \varphi$. Если выведенное изъ закона значеніе заключается въ этихъ предѣлахъ, то опыты оправдываютъ законъ; если нѣтъ, то противорѣчатъ ему. Воспользуемся примѣромъ опытовъ Бенценберга надъ отклоненіемъ падающихъ тѣлъ къ востоку, который заимствуемъ у Лоренца. Наблюденныя имъ отклоненія въ линіяхъ были (— отклоненіе къ западу):

---

*) Равенство этихъ выраженій можно вывести такъ: Обозначимъ буквой Z истинное значеніе измѣряемой величины, Z_m — среднее ариѳметическое наблюденныхъ значеній ея a_1, a_2, $a_3 \ldots a_n$, т. ч. $Z_m = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots a_n}{n}$, или $Z_m . n = a_1 + a_2 + \ldots a_n = \Sigma a$. Такъ какъ $\varphi = Z_m - Z$, $x_k = a_k - Z$, $y_k = a_k - Z_m$ ($k = 1, 2, 3 \ldots n$), то $a_k = y_k + Z_m$ и $x_k = y_k + Z_m - Z = y_k + \varphi$. Тогда $x_k^2 = y_k^2 + 2y_k\varphi + \varphi^2$; подставляя вмѣсто k послѣдовательно 1, 2, 3... n и складывая полученныя равенства, получимъ $\Sigma x^2 = \Sigma y^2 + \Sigma 2\varphi y + n\varphi^2 = \Sigma y^2 + 2\varphi \Sigma y + n\varphi^2$. Но если въ равенство общаго вида $y_k = a_k - Z_m$ подставимъ послѣдовательно вмѣсто k 1, 2, 3... n и сложимъ, то найдемъ: $\Sigma y = \Sigma a - nZ_m = 0$. Поэтому $\Sigma x^2 = \Sigma y^2 + n\varphi^2 = \Sigma y^2 + n\frac{\Sigma x^2}{n^2}$, отсюда $\Sigma x^2 - \frac{\Sigma x^2}{n} = \Sigma y^2$; $\frac{n-1}{n}\Sigma x^2 = \Sigma y^2$; $\frac{\Sigma x^2}{n^2} = \frac{\Sigma y^2}{n(n-1)}$ и $\frac{\sqrt{\Sigma x^2}}{n} = \sqrt{\frac{\Sigma y^2}{n(n-1)}}$ ч. и т. д.

-3; $+12$; $+3$; $+13$; $+20$; -2: $+11{,}5$; -4; $+2$; $+12$; $+7$; $+13{,}5$; $+11$; $+9$; -8; $+8$; $+10$; $+7$; $+7{,}5$; $+6$; -2; $+11$; -4; -9; -10; $+8{,}5$; $+10$; $+5{,}5$. Среднее $Z_m = 5{,}09$. Разности $y_k = a_k - Z_m$ будутъ: $-8{,}09$; $+6{,}91$; $-2{,}09$; $+7{,}91$; $+14{,}91$; $-7{,}09$; $+0{,}41$; $-9{,}09$; $-3{,}09$; $+6{,}91$; $+1{,}91$; $+8{,}41$; $+5{,}91$; $+3{,}91$; $-13{,}09$; $+2{,}91$; $+4{,}91$; $+1{,}91$; $+2{,}41$; $+0{,}91$; $-7{,}09$; $+5{,}91$; $-9{,}09$; $-14{,}09$; $-15{,}09$; $+3{,}41$; $+4{,}91$; $+0{,}41$.

Вычисляя $\varphi = \sqrt{\frac{\Sigma y^2}{-n(n-1)}}$, найдемъ 1,42. Истинное отклоненіе заключается въ предѣлахъ $Z_m \pm \varphi = 5{,}09 \pm 1{,}42$, или между 6,51 и 3,57. Вычисленное теорически значеніе при условіяхъ, при какихъ производился опытъ, 4,6 заключается въ найденныхъ предѣлахъ. Поэтому, хотя ни одно изъ данныхъ наблюденій не совпадаетъ съ выводомъ, все же надо разсматривать опыты, какъ подтверждающіе вычисленіе.

Такимъ образомъ для рѣшенія вопроса о томъ, подтверждается ли законъ или нѣтъ данными опыта, существенное значеніе имѣетъ опредѣленіе степени точности наблюденій, или погрѣшности средняго вывода. Знаменитый экспериментаторъ Бунзенъ говорилъ, что не такъ важно имѣть точный приборъ, какъ знать степень точности своего прибора.

Вѣроятность, какую получаютъ законы отъ опытной повѣрки, значительно уменьшается невозможностью совершенно точнаго совпаденія. Она тѣмъ меньше, чѣмъ больше погрѣшность средняго вывода, потому что тѣмъ болѣе вѣроятность случайнаго совпаденія. Отсюда понятна важность возможно точнаго средняго вывода. Недостаточная точность отдѣльныхъ наблюденій можетъ быть возмѣщена большимъ числомъ ихъ. Это можно видѣть изъ формулы $\varphi = \frac{\sqrt{\Sigma x^2}}{n}$, если предположимъ всѣ x равными; тогда $\Sigma x^2 = nx^2$ и $\varphi = \frac{\sqrt{nx^2}}{n} = \frac{x}{\sqrt{n}}$, т.-е. погрѣшность средняго вывода обратно пропорціональна корню квадратному изъ числа наблюденій. Увеличивая число наблюденій, можно достигнуть очень точнаго средняго вывода и не съ очень точнымъ приборомъ.

Однако необходимо замѣтить, что въ среднемъ выводѣ исключаются погрѣшности случайныя, но не исключаются постоянныя

погрѣшности. Такъ, напр., во всякомъ термометрѣ въ теченіе нѣсколькихъ лѣтъ послѣ изготовленія шарикъ постепенно сжимается, и термометръ начинаетъ показывать температуру выше истинной. Сколько бы мы ни производили наблюденій температуры такимъ термометромъ, эта ошибка будетъ повторяться въ одномъ и томъ же направленіи во всѣхъ наблюденіяхъ и потому не уменьшается и въ среднемъ выводѣ. Наблюдаемая барометрическая высота всегда выше истинной, потому что измѣряется не ртутью при 0^0, а менѣе плотной ртутью при комнатной температурѣ, т.-е 20^0 С. Эта ошибка тоже повторяется во всѣхъ наблюденіяхъ въ одномъ и томъ же направленіи и не можетъ быть ни исключена, ни даже уменьшена никакимъ числомъ наблюденій. Водяной паръ, заключающійся въ воздухѣ, который мы беремъ для опредѣленія коэффиціента расширенія, повышаетъ послѣдній, и эта ошибка повторяется въ одномъ направленіи во всѣхъ опытахъ. Для устраненія этихъ ошибокъ надо изучить употребляемые приборы и всѣ условія опыта и вывести соотвѣтствующія имъ поправки на постоянныя погрѣшности, или компенсировать ихъ.

3. Объясненіе явленій изъ извѣстныхъ причинъ.

а) Когда мы объясняемъ кипѣніе, направленіе магнитной стрѣлки на земной поверхности, грозу, то законы упругости паровъ, магнитныхъ и электрическихъ дѣйствій намъ уже извѣстны, и предположеніе относится къ тому, что эти силы здѣсь дѣйствуютъ, т.-е. къ составу явленія, или распредѣленію причинъ. Согласіе выводовъ съ фактами, даже если бы общіе законы были достовѣрны, еще не давало бы права утверждать достовѣрно, что предположеніе наше вѣрно, такъ какъ, какъ было показано въ гл. I, 2, невѣрный составъ можетъ нѣкоторыми сторонами совпадать съ истиннымъ и привести къ вѣрному выводу. Вѣроятность гипотезы опредѣляется такъ же, какъ и въ гипотезахъ объ общихъ законахъ. Чѣмъ болѣе наблюдаемъ совпаденій выводовъ съ наблюденіями и чѣмъ эти выводы разнообразнѣй, тѣмъ менѣе вѣроятности, чтобы совпаденія были случайными и тѣмъ болѣе возрастаетъ вѣроятность гипотезы. Вѣроятность гипотезы состава еще чрезвычайно увеличивается примѣненіемъ точныхъ геометрическихъ или количественныхъ законовъ. Точное совпаденіе температуры кипѣнія жидкости при различ-

ныхъ давленіяхъ съ температурой, при которой насыщающіе пары данной жидкости имѣютъ упругость, равную производимому давленію, даетъ объясненію несравненно бо́льшую вѣроятность, чѣмъ могло бы дать неопредѣленное знаніе, что съ возрастаніемъ давленія температура кипѣнія возрастаетъ. Объясненіе свѣченія луны и планетъ отраженіемъ солнечнаго свѣта получаетъ громадную вѣроятность отъ знанія точныхъ геометрическихъ законовъ распространенія свѣта и формъ тѣней и расположенія фраунгоферовыхъ линій въ спектрахъ солнца и планетъ. Въ главѣ II, 5, мы разсмотрѣли другіе два относящіеся сюда примѣра.

в) Объясняя какое-либо явленіе извѣстными намъ причинами, мы вычисляемъ количество дѣйствія, которое должно бы быть произведено предполагаемой причиной и сравниваемъ выводы съ данными опыта. Если числа расходятся, то мы должны заключить, что или предположенная причина не вѣрна, или, если она помимо того имѣетъ большую вѣроятность, она представляетъ не всю причину явленія, и тогда разность, такъ наз. „остаточное явленіе“, должна представлять дѣйствіе какой-нибудь другой, или какихъ-нибудь другихъ силъ, не принятыхъ нами въ расчетъ, и подлежитъ дальнѣйшему объясненію. Остаточныя явленія не разъ служили источниками важныхъ открытій, и въ этомъ смыслѣ можно сказать, что отрицательные результаты тщательно произведенныхъ опытовъ могутъ быть не менѣе поучительны, чѣмъ положительные.

Предположеніе, что планеты движутся подъ дѣйствіемъ притяженія солнца, приводитъ къ заключенію, на основаніи закона всемірнаго тяготѣнія, что онѣ должны описывать одно изъ коническихъ сѣченій: кругъ, эллипсисъ, параболу или гиперболу. Между тѣмъ точныя наблюденія показываютъ, что пути ихъ представляютъ болѣе сложныя кривыя, незначительно уклоняющіяся въ ту и другую сторону отъ нѣкоторыхъ воображаемыхъ эллипсовъ. Но такъ какъ эти отклоненія не велики, и гипотеза имѣла за себя большую вѣроятность, то являлось предположеніе, что притяженіе солнца составляетъ главную, но не единственную силу, дѣйствующую на планеты, и разности между наблюдаемымъ дѣйствіемъ и вытекающимъ изъ гипотезы представляютъ остаточныя явленія, которыя подлежатъ дальнѣйшему объясненію. И, дѣйствительно, онѣ были объяснены притяженіемъ другихъ планетъ, главнымъ образомъ

Юпитера. Блестящій примѣръ открытія, которое было вызвано необходимостью объяснить остаточное явленіе, представляетъ предсказаніе Леверріе неизвѣстной раньше планеты — Нептуна. Планета Уранъ обнаружила замѣтное отклоненіе отъ пути, который для нея вычислили, принявъ въ расчетъ всѣ извѣстныя причины. Такъ какъ послѣднія были уже прочно установлены, то нельзя было предположить ихъ ложность и надо было думать, что только извѣстны не всѣ причины, и мы имѣемъ дѣло съ остаточнымъ явленіемъ. Леверріе предположилъ, что существуетъ около Урана еще одна, незамѣченная пока, планета, и указалъ ея мѣсто. По указанію эта планета дѣйствительно была открыта и названа Нептуномъ. Открытіе скорости свѣта Ремеромъ представляетъ также примѣръ объясненія остаточнаго явленія.

9. Аргументы a priori въ пользу индукцій.

Мы разсмотрѣли, какъ получаютъ индукціи бо́льшую или меньшую вѣроятность отъ отдѣльныхъ фактовъ, которые изъ нихъ выводятся, и отъ послѣдующей повѣрки новыми опытами. Но немного можно привести индукцій, которыя заимствовали бы свою вѣроятность только отъ наблюдаемыхъ фактовъ (a posteriori); почти всегда, если не всегда, большую долю своей вѣроятности онѣ получаютъ отъ общихъ знаній (a priori). Эти послѣднія доставляютъ какъ положительные, такъ и отрицательные аргументы въ пользу индукцій.

а) Положительные аргументы въ пользу индукцій доставляются общими знаніями тогда, когда частная индукція можетъ быть выведена, какъ вѣроятное слѣдствіе, изъ общей. Уже въ древности была замѣчена извѣстная правильность въ повтореніи солнечныхъ и лунныхъ затменій и служила для ихъ предсказаній. Хотя такимъ образомъ эта индукція изъ наблюденій (a posteriori) получила очень большую вѣроятность, все же вѣроятность ея была еще усилена, когда затменія были объяснены, т.-е. выведены, какъ вѣроятныя логическія послѣдствія, изъ законовъ движенія луны и земли (аргументомъ a priori). И всякій разъ, когда намъ удается объяснить какую-нибудь индукцію, понять, что такъ и должно быть, или, что то же, вывести ее какъ логическое послѣдствіе изъ нашего общаго знанія, вѣроятность для насъ индукціи чрезвычайно возрастаетъ и тѣмъ болѣе, чѣмъ слабѣе она была до аргумента a priori.

Вѣроятность законовъ паденія тѣлъ, полученныхъ изъ опытовъ съ машиной Атвуда, сильно возрастаетъ, когда мы выводимъ ихъ изъ основныхъ законовъ механики.

Когда въ какой-либо области явленій мы установили основные законы и дѣлаемъ изъ нихъ выводы, намъ не требуется многочисленныхъ опытовъ для того, чтобы считать выводы оправданными: мы довольствуемся часто однимъ опытомъ. Это потому, что значительную часть своей вѣроятности выводы получили уже a priori. Выше мы замѣтили, что всякій оправданный на опытѣ выводъ изъ общаго положенія — общаго закона или гипотезы — увеличиваетъ вѣроятность гипотезы; поэтому подведеніе частныхъ индукцій подъ болѣе общія, утверждая первыя, вмѣстѣ съ тѣмъ увеличиваетъ и вѣроятность послѣднихъ, такимъ образомъ два процесса: оправданія общихъ законовъ или гипотезъ a posteriori и частныхъ индукцій a priori — сливаются въ одинъ.

в) Какъ ни важно значеніе положительныхъ аргументовъ для увеличенія вѣроятности индукцій, однако еще большее значеніе имѣютъ аргументы отрицательные. Общій смыслъ ихъ состоитъ въ устраненіи другихъ возможныхъ предположеній, и важность ихъ легко понять, если вспомнить, что достовѣрность результатовъ, получаемыхъ гипотетическимъ методомъ въ математикѣ (гл. III, 1) зависитъ именно отъ возможности исключить всѣ другія возможныя предположенія. Также и въ индуктивныхъ выводахъ вѣроятность ихъ обусловливается, главнымъ образомъ, степенью полноты, съ какой можно исключить другія возможныя предположенія. Вѣроятность того, что планеты заимствуютъ свой свѣтъ отъ солнца, гораздо выше вѣроятности Канто-Лапласовской гипотезы происхожденія солнечной системы. Причина заключается въ возможности болѣе полнаго исключенія другихъ возможныхъ предположеній въ первомъ случаѣ сравнительно со вторымъ. Въ первомъ случаѣ мы имѣемъ ограниченное число возможныхъ предположеній: планеты и спутники свѣтятся или собственнымъ свѣтомъ, или заимствованнымъ; если заимствованнымъ, то онъ исходитъ отъ солнца или отъ какого-нибудь другого источника свѣта. Предположеніе собственнаго свѣта исключается появленіемъ свѣченія на частяхъ поверхности, обращенныхъ къ солнцу, точно геометрически очерченныхъ, и исчезаніемъ на тѣхъ, которыя затѣнены отъ лучей солнца массой самой планеты или спутника. Знаніе

условій накаливанія веществъ дѣлаетъ совершенно невѣроятнымъ такое появленіе и исчезаніе самосвѣченія. Знаніе точныхъ границъ свѣта и тѣней и законовъ распространенія свѣта, дѣлаетъ совершенно невѣроятнымъ, чтобы какой-нибудь другой источникъ свѣта, кромѣ солнца, или какіе-нибудь другіе источники свѣта могли производить тѣ же дѣйствія въ тѣ же моменты и не были бы нами замѣчены. Наконецъ, спектральныя наблюденія небесныхъ тѣлъ показываютъ, что звѣзды имѣютъ вообще различные спектры, тогда какъ спектры планетъ и спутниковъ сходны съ солнечнымъ. Это также содѣйствуетъ исключенію предположенія другого источника свѣта планетъ.

Исключеніе другихъ предположеній не можетъ имѣть такой степени вѣроятности, когда явленія объясняются только въ общихъ чертахъ, потому что очень различные механизмы или комбинаціи причинъ могутъ производить сходныя въ общихъ чертахъ дѣйствія. Въ такомъ положеніи находится Канто-Лапласовская гипотеза: она не объясняетъ намъ, что должны были отъ солнца оторваться массы, болѣе или менѣе точно соотвѣтствующія массамъ планетъ, и при діаметрахъ солнца, равныхъ діаметрамъ планетныхъ орбитъ, а потому и меньше исключена возможность другихъ предположеній.

Когда мы дѣлаемъ опытъ, напр. натираемъ стеклянную палочку кожей и подносимъ къ электроскопу, увѣренность, съ которой мы приписываемъ дѣйствіе новой силѣ — электричеству, обусловливается знаніемъ другихъ силъ и ихъ дѣйствій. Мы знаемъ, что ни движеніе воздуха, вызванное нашими движеніями, ни теплота отъ тренія, и никакія другія извѣстныя намъ силы, которыя могли бы быть приведены въ дѣйствіе нашими манипуляціями, не могли произвести наблюдаемаго отклоненія электроскопа. Чѣмъ больше мы знаемъ причинъ и ихъ дѣйствій и чѣмъ наши знанія точнѣе, тѣмъ меньше вѣроятности, чтобы оставались еще какія-нибудь совсѣмъ незамѣченныя нами причины, которыя можетъ быть производятъ объясняемыя нами явленія, и тѣмъ съ большей вѣроятностью можемъ мы исключить всѣ другія предположенія. Чѣмъ полнѣе изучена извѣстная область явленій, тѣмъ больше вѣроятности имѣютъ въ этой области всѣ новыя индукціи. Такъ, всякая наука и отдѣльная отрасль науки дѣлаетъ первые шаги колеблющіеся и невѣрные, но чѣмъ дальше подвигается, тѣмъ идетъ увѣреннѣе и, совершенствуясь въ ширину и глубину, т.-е.

въ количествѣ пріобрѣтенныхъ истинъ и въ систематизаціи или обобщеніи ихъ, вмѣстѣ съ тѣмъ достигаетъ и большаго приближенія къ достовѣрности.

IV. Гипотезы въ собственномъ смыслѣ и основные законы.

а) Гипотезами въ тѣсномъ смыслѣ принято называть широко охватывающія предположенія о причинахъ цѣлыхъ отдѣловъ явленій, лежащихъ внѣ предѣловъ непосредственнаго чувственнаго воспріятія. Таковы гипотезы электрическихъ жидкостей, кинетическая теорія теплоты, гипотеза свѣтового эѳира, наконецъ, самая широкая изъ всѣхъ — механическое міровоззрѣніе, по которому движеніе представляетъ первоначальный элементъ міровданія, простѣйшую форму явленія, видоизмѣненія которой и ихъ комбинаціи, въ ихъ дѣйствіяхъ на наши органы чувствъ, образуютъ все разнообразіе явленій внѣшняго міра. Согласно этой гипотезѣ, основные законы движенія должны играть въ естествознаніи ту же роль, какая въ математикѣ принадлежитъ аксіомамъ, и естествознаніе должно стремиться къ тому, чтобы всѣ явленія матеріальнаго міра вывести, какъ необходимыя логическія послѣдствія этихъ законовъ и опредѣленій — предложеній состава, — которыя должны представлять частныя гипотезы для каждаго рода явленій и тѣлъ. Хотя эта гипотеза со временъ Декарта была руководящей въ изслѣдованіяхъ физиковъ, все же трудности ея примѣненія къ сложнымъ явленіямъ природы таковы, что много явленій остаются ей необъясненными и много другихъ объяснены далеко не полно. Это обиліе трудностей, встрѣчаемыхъ примѣненіемъ гипотезы, разъ нѣтъ другихъ гипотезъ, которыя объясняли бы явленія проще, еще не опровергаетъ гипотезы, какъ обиліе сложныхъ формъ, не поддающихся геометрическому изслѣдованію, не опровергаетъ аксіомъ, но все же оно дѣлаетъ вѣроятность гипотезы еще далекой отъ достовѣрности.

Основные законы движенія въ качествѣ основныхъ законовъ природы имѣютъ, разумѣется, не большую вѣроятность, чѣмъ сама механическая гипотеза; но, какъ основные законы для части явленій природы, для механики, они имѣютъ вѣроятность, съ которой едва ли можетъ сравниться вѣроятность какого-либо другого закона природы, потому что никакіе другіе законы не имѣли

такъ много и такихъ разнообразныхъ примѣненій, какъ эти, и нигдѣ выводы не получали такой точной повѣрки, какъ основные законы движенія и законъ тяготѣнія въ астрономическихъ наблюденіяхъ.

Исходнымъ пунктомъ при построеніи гипотезъ служатъ обыкновенно аналогіи, какъ уже было сказано въ главѣ III, 3. Гипотеза о движеніи планетъ подъ дѣйствіемъ притяженія къ солнцу возникла изъ аналогіи съ движеніемъ камня, который крутимъ около руки, привязавъ его за шнурокъ. Аналогія между семью цвѣтами спектра и семью тонами гаммы приводила къ гипотезѣ о возбужденіи свѣта колебательными движеніями частицъ тѣлъ. Другая гипотеза о свѣтѣ—гипотеза истеченія Ньютона — исходила изъ аналогіи между распространеніемъ и отраженіемъ свѣта и движеніемъ и отраженіемъ упругихъ шаровъ.

Создавъ гипотезу, нужно построить теорію, т.-е. вывести всѣ необходимыя логическія послѣдствія, которыя вытекаютъ изъ предполагаемаго гипотезой состава явленій и основныхъ законовъ, уже извѣстныхъ или вновь предполагаемыхъ, какъ законъ всемірнаго тяготѣнія въ гипотезѣ Ньютона.

За построеніемъ теоріи слѣдуетъ повѣрка, т.-е. сравненіе вытекающаго изъ теоріи хода явленій съ данными опыта, или наблюденія.

Разногласіе между данными опыта и теорій, выходящее за предѣлы погрѣшности средняго вывода (гл. III, 7 c), указываетъ на ошибочность гипотезы или представляетъ остаточное явленіе (гл. III, 8 b). Послѣднее указываетъ, что явленіе сложнѣе, чѣмъ было предположено гипотезой, и заключаетъ дѣйствіе какихъ-либо другихъ силъ, не предусмотрѣнныхъ гипотезой. Примѣръ остаточнаго явленія, кромѣ приведенныхъ въ гл. III, 8 b, представляетъ отступленіе формы кометныхъ хвостовъ отъ той, которая вытекаетъ изъ закона Ньютона. Это отступленіе было вычислено академикомъ Бредихинымъ и объяснено имъ отталкивательнымъ дѣйствіемъ солнца, обусловливаемымъ, быть можетъ, электрическими силами.

b) Для увеличенія вѣроятности гипотезъ большое значеніе имѣютъ такъ называть „новые случаи“, когда гипотеза оказывается примѣнимой къ новой области явленій, которая не имѣлась въ виду при построеніи гипотезы. Гипотеза свѣтового эѳира получила очень важное подтвержденіе, когда, благодаря открытіямъ Фарадея, Максвеля и Герца, открылась возможность

объяснить измѣненіями въ эѳирѣ электрическія и магнитныя явленія, которыя совсѣмъ не имѣлись въ виду при построеніи гипотезы. Причина особой доказательности новыхъ случаевъ заключается въ томъ, что, пока гипотеза примѣняется только въ той области явленій, для объясненія которыхъ она создана, всегда остается мѣсто опасенію, что она представляетъ фиктивный составъ, только искусно подогнанный къ явленіямъ. Подобныя предположенія отпадаютъ, когда гипотеза примѣняется къ новымъ случаямъ. Тѣми же соображеніями объясняется особенная доказательность оправданныхъ предсказаній, сдѣланныхъ на основаніи гипотезы. Такое сильное подтвержденіе получила гипотеза Ньютона въ оправдавшемся предсказаніи астрономомъ Леверрье планеты Нептуна, теорія свѣтового эѳира въ предсказаніи Гамильтономъ и Коши конической рефракціи, химическая система элементовъ Менделѣева въ предсказаніи нѣсколькихъ новыхъ элементовъ, теорія спектровъ въ открытіи посредствомъ спектральнаго анализа новыхъ элементовъ.

с) Хотя невозможность придумать другое состоятельное объясненіе явленій, кромѣ предлагаемаго извѣстной гипотезой, и не дѣлаетъ гипотезу достовѣрной, но она увеличиваетъ ея вѣроятность и тѣмъ болѣе, чѣмъ полнѣе изучены явленія. Поэтому установленіе извѣстной гипотезы очень часто представляется въ видѣ вопроса о выборѣ между двумя или болѣе гипотезами. Опровергнувъ остальныя, мы придадимъ большую вѣроятность избранной. Чтобы рѣшить выборъ между двумя гипотезами, нужно выяснить пунктъ противоположности между ними и найти явленіе, относительно хода котораго гипотезы давали бы противоположныя предсказанія. Тогда опытъ рѣшитъ вопросъ. Такой опытъ, рѣшающій между двумя гипотезами, называется experimentum crucis. Такъ опытъ Румфорда, рѣшившій вопросъ между гипотезами о природѣ теплоты: теоріей теплорода и кинетической, представляетъ experimentum crucis. Гипотеза тепловой жидкости объясняла скрытую теплоту тѣмъ, что тѣла въ размельченномъ состояніи имѣютъ большую удѣльную теплоту чѣмъ въ сплоченномъ. Поэтому всякое размельченіе должно сопровождаться поглощеніемъ теплоты. По кинетической теоріи, при сверленіи пушки затрачиваемая работа — видимое движеніе — должна переходить въ невидимое и развивать количество теплоты, пропорціональное затраченной работѣ. Опытъ рѣшилъ въ пользу кинетической теоріи. Опыты Фуко надъ опредѣленіемъ скорости

свѣта въ различныхъ прозрачныхъ средахъ былъ experimenta crucis между гипотезой истеченія и гипотезой колебаній эѳира Изъ первой вытекало, что скорость свѣта должна быть больше въ тѣлахъ, въ которыхъ лучъ приближается къ перпендикуляру паденія, изъ второй наоборотъ. Опытъ рѣшилъ въ пользу 2-й гипотезы. Опредѣленія отклоненія падающихъ тѣлъ, аберраціи звѣздъ и годичнаго параллакса представляютъ experimenta crucis между гипотезами Коперника и Птоломеевой.

V. Дедуктивые выводы изъ вѣроятныхъ посылокъ.

а) Установивъ съ достаточною степенью вѣроятности общія положенія — общіе законы и гипотезы состава тѣлъ и явленій,—изъ нихъ дѣлаютъ дедуктивные выводы уже не съ цѣлью подтвержденія посылокъ, а съ цѣлью пріобрѣтенія новаго знанія, какъ всевозможныя математическія истины выводятся изъ аксіомъ. Такъ, изъ законовъ распространенія, отраженія и преломленія свѣта выводятся свойства зеркалъ и стеколъ и ихъ комбинацій; изъ основныхъ законовъ движенія выводятся законы дѣйствія постоянныхъ силъ: совпадающей съ направленіемъ движенія и центростремительной; изъ законовъ дѣйствія электрическихъ силъ выводятся явленія электростатической индукціи и конденсаціи. Но эти выводы существенно отличаются отъ математическихъ тѣмъ, что послѣдніе такъ же достовѣрны, какъ и аксіомы, тогда какъ первые, чѣмъ дальше продолжаются, тѣмъ становятся менѣе вѣроятными, тѣмъ болѣе мы чувствуемъ потребность въ опытной ихъ повѣркѣ. Это указаніе здраваго смысла вполнѣ подтверждается теоріей вѣроятностей. Шансами, благопріятствующими вѣрности вывода, будутъ совпаденія шансовъ, благопріятствующихъ вѣрности каждой изъ посылокъ. А такъ какъ какъ посылки представляютъ предложенія независимыя одно отъ другого, то вѣроятность вывода мы должны разсчитывать, какъ вѣроятность совпаденія двухъ независимыхъ вѣроятныхъ событій. Она равна произведенію вѣроятностей отдѣльныхъ событій (Гл. II 2 а). Если вѣроятность одной посылки p, другой q, то вѣроятность вывода, вытекающая изъ этихъ посылокъ, будетъ pq. Продолжая выводы дальше, мы присоединяемъ новыя вѣроятныя посылки, которыхъ вѣроятности пусть будутъ r, s, t, u... Тогда вѣроятность

вывода, обусловленная этими посылками, будетъ $P = pqrstu...$ Такъ какъ каждый изъ множителей этого произведенія меньше 1, то произведеніе всегда меньше каждаго изъ нихъ и все уменьшается съ увеличеніемъ ихъ числа. Если даже каждая изъ посылокъ очень вѣроятна — пусть вѣроятность каждой посылки 0,9, — вѣроятность вывода при 5 посылкахъ, обусловленная аргументаціей, будетъ только 0,59. Отсюда вытекаетъ первенствующее значеніе опыта въ естествознаніи: не только опыты нужны для вывода общихъ законовъ и гипотезъ, но всѣ выводы постоянно должны ими повѣряться.

Если въ пользу какого-либо положенія можно привести два, три или болѣе аргументовъ, заключеніе будетъ вѣрно, какъ во всѣхъ случаяхъ, когда вѣренъ 1-й аргументъ, такъ и въ тѣхъ, когда вѣренъ 2-й и когда вѣренъ 3-й и т.-д. Значитъ заключеніе вѣрно, когда вѣренъ или 1-й аргументъ, или 2-й, или 3-й и т. д. Мы можемъ, значитъ, вычислить вѣроятность положенія, какъ вѣроятность альтернативы, при чемъ вѣрность одного аргумента не исключаетъ вѣрности другого. Согласно ур. гл. II 3 b. вѣроятность положенія выразится формулой $p = 1 - (1 - a)(1 - b)(1 - c)$, гдѣ a, b, c — вѣроятности, обусловливаемыя 1-мъ, 2-мъ, и 3-мъ аргументами. Но эта формула не представляетъ полной вѣроятности положенія, такъ какъ если бы въ пользу его не было никакихъ аргументовъ, вѣроятность его была бы $^1/_2$, и эта вѣроятность не утрачивается отъ того, что въ пользу положенія приведены какіе-нибудь аргументы. Чтобы получить полную вѣроятность положенія, надо присоединить еще эту, такъ называемую „предшествующую вѣроятность“. Такъ какъ предшествующая вѣроятность и вѣроятности, доставляемыя аргументами, не исключаютъ другъ друга, то вычисляемъ по той же формулѣ: $p = 1 - (1 - {}^1/_2)(1 - a)(1 - b)(1 - c)$, гдѣ, $^1/_2$, a b, c будутъ вѣроятности, доставляемыя предшествующей вѣроятностью и отдѣльными аргументами. Такъ какъ множители $1 - a$, $1 - b$ $1 - c$ — правильныя дроби, то прибавка каждаго новаго множителя умепьшаетъ вычитаемое, а слѣдовательно увеличиваетъ вѣроятность p. Прибавка одного множителя соотвѣтствуетъ прибавкѣ новаго аргумента. Значитъ, всякій сколько-нибудь вѣроятный аргументъ въ пользу положенія увеличиваетъ его вѣроятность. Но вмѣстѣ съ тѣмъ изъ формулы видно, что если въ пользу положенія приведенъ аргументъ съ очень большой вѣроятностью, то всѣ остальные

аргументы, какъ бы вѣроятны они ни были, очень мало прибавляютъ къ вѣроятности положенія. Въ самомъ дѣлѣ, пусть всѣ три аргумента имѣютъ вѣроятность 0,9. Тогда вѣроятность положенія послѣ 1-го аргумента $p_1 = 1 - (1 - \frac{1}{2}(1 - 0{,}9) = 1 - 0{,}5.0{,}1 = 0{,}95$, послѣ 2-го — $p_2 = 1 - 0{,}05.0{,}1 = 0{,}995$, послѣ 3-го — $p_3 = 1 - 0{,}005.0{,}1 = 0{,}9995$, т.-е. 1-й аргументъ увеличиваетъ предшествующую вѣроятность на 0,45, 2-й — на 0,045, 3-й — на 0,0045. Понятно, что если аргументъ достовѣренъ ($a = 1$), то положеніе достовѣрно $p_1 = 1 - 0$, всѣ другіе аргументы, хотя бы и достовѣрные, ничего не могутъ прибавить. Если же аргументы слабы, то каждый сохраняетъ гораздо больше значенія. Пусть всѣ вѣроятности будутъ $a = b = c = 0{,}3$; тогда $p_1 = 1 - 0{,}5.0{,}7 = 0{,}65$; тогда $p_2 = 1 - 0{,}35.0{,}7 = 0{,}755$; $p_3 = 1 - 0{,}245.0{,}7 = 0{,}8285$. 1-й аргументъ увеличиваетъ вѣроятность на 0,15, 2-й — на 0,105, 3-й — на 0,0735. Въ 1-мъ случаѣ каждый аргументъ давалъ 0,1 предыдущаго, здѣсь — 0,7. Отсюда ясна польза собиранія многихъ аргументовъ, когда всѣ они слабы.

Далѣе формула показываетъ, что каковы бы ни были вѣроятности a, b и c, вѣроятность вывода не зависитъ отъ порядка, въ какомъ приводятся аргументы. Отсюда можно видѣть, что правила реторики о томъ, какъ слѣдуетъ располагать аргументы, чтобы убѣдить слушателей или читателей, основаны не на логикѣ: убѣдить не то же, что доказать.

Если въ формулѣ, выражающей вѣроятность p изъ n посылокъ, которыхъ вѣроятности p_1, p_2, $p_3 \ldots p_n$, $P = p_1 p_2 p_3 \ldots p_n$, предположимъ $p_1 = 1$, т.-е. примемъ первую посылку за достовѣрную, то получимъ $P = p_2 p_3 \ldots p_n$. Это будетъ вѣроятность того, что заключеніе вѣрно, если вѣрна 1-я посылка, т.-е. вѣроятность причинной связи между первой посылкой и выводомъ.

b) Если въ формулѣ $P = p_1 p_2 p_3 \ldots p_n$ предположимъ $p_2 = p_3 = \ldots p_n = 1$, то $P = p_1$. Если всѣ посылки, кромѣ первой, достовѣрны, то и выводъ, какъ бы отдаленъ онъ ни былъ, будетъ имѣть ту же вѣроятность, что и первая посылка. Этотъ случай имѣетъ мѣсто, когда изъ какого нибудь количественнаго или геометрическаго закона дѣлаются математическіе выводы или, какъ говорятъ, законъ подвергаютъ математическому анализу. Если p означаетъ вѣроятность закона движенія тѣла,

брошеннаго вертикально вверхъ: $s = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$, то такую же вѣроятность имѣютъ и выводы, что брошенное тѣло столько же времени подымается вверхъ, какъ опускается внизъ, что скорость въ концѣ паденія равна v_0 и др. Если вѣроятности законовъ отраженія свѣта обозначимъ p и q, то вѣроятность выводовъ относительно изображеній въ плоскомъ зеркалѣ будетъ pq, потому что всѣ остальныя посылки — достовѣрные геометрическіе законы.

Какую вѣроятность имѣетъ формула сферическаго зеркала, такую же вѣроятность имѣютъ и всѣ выводы, къ которымъ приводитъ математическое изслѣдованіе ея. Отсюда понятна важность для опытной науки примѣненія математики къ изслѣдованію добытыхъ ею индуктивныхъ законовъ. Хотя математика и не можетъ сдѣлать выводы достовѣрными или болѣе вѣроятными, чѣмъ самые законы, но она дѣлаетъ ихъ не менѣе вѣроятными. Поэтому изъ всѣхъ частей естествознанія наибольшаго совершенства достигла механика, въ которой математика имѣетъ наибольшее примѣненіе.

Если бы причинная связь между гипотезой и выводами изъ нея была достовѣрной, то одного experimentum crucis (гл. IV с), если онъ привелъ къ результату, несогласному съ выводомъ изъ гипотезы, было бы достаточно, чтобы окончательно опровергнуть гипотезу, и никакія другія опроверженія ничего бы не прибавили; потому что тамъ, гдѣ связь между логической причиной и слѣдствіемъ достовѣрна, ложность слѣдствія дѣлаетъ достовѣрной ложность причины, а если аргументъ достовѣренъ, то никакіе другіе аргументы, даже достовѣрные, ничего не могутъ прибавить къ достовѣрности. Но такъ какъ эта связь въ наукѣ о природѣ большею частью, только болѣе или менѣе вѣроятна, то и несогласіе вывода съ опытомъ дѣлаетъ гипотезу (логическую причину) только мало вѣроятной, но не невозможной. Поэтому всякій новый фактъ несогласія, доставляемый новымъ experimentum crucis, увеличиваетъ вѣроятность, что гипотеза ложна.

Значеніе этихъ заключеній усиливается еще тѣмъ, что согласіе или несогласіе вывода съ опытомъ никогда не можетъ быть совершенно точно, и мы здѣсь приходимъ къ тому заключенію, какъ раньше, что душою индуктивнаго метода является обиліе и разнообразіе опытовъ.

VI. Индукція и анализъ древнихъ.

Аналитическимъ методомъ доказательства называется доказательство посредствомъ заключеній отъ доказываемаго положенія къ основаніямъ, т.-е. аксіомамъ, доказаннымъ раньше теоремами или условіямъ, или отъ вывода къ посылкамъ. Индуктивный методъ мы тоже объяснили, какъ методъ заключеній отъ выводовъ къ посылкамъ, и потому индуктивный методъ есть методъ аналитическій; но подъ понятіе анализа подходитъ не только индукція, но и анализъ дедуктивный, съ которымъ мы встрѣчались въ математикѣ, такъ называемый анализъ древнихъ. Въ гл. I 1, 2-й ч. мы объяснили, что вообще не возможны достовѣрные положительные выводы отъ заключеній къ посылкамъ, и потому всѣ индуктивные выводы только болѣе или менѣе вѣроятны, но не достовѣрны. Какимъ же образомъ возможны въ математикѣ достовѣрные аналитическіе выводы?

Если возьмемъ силлогизмъ $\begin{matrix} M-B \\ A-M \end{vmatrix} A-B$, то не только нельзя изъ достовѣрности заключенія $A-B$ вывести достовѣрность обѣихъ посылокъ, но нельзя такъ же вообще изъ достовѣрности заключенія и одной изъ посылокъ вывести другую. Однако послѣдній выводъ возможенъ, если данная посылка обратима. Если дана обратимая большая посылка, то получаемъ силлогизмъ $\begin{matrix} B-M \\ A-B \end{vmatrix} A-M$; если дана обратимая меньшая посылка, получимъ силлогизмъ $\begin{matrix} A-B \\ M-A \end{vmatrix} M-B$. Всѣ правила преобразованій равенствъ и неравенствъ представляютъ предложенія обратимыя. Въ самомъ дѣлѣ, правила: „если обѣ части равенства умножимъ на одно и то же число, то равенство не нарушится“; „если обѣ части равенства раздѣлимъ на одно и то же число, то равенство не нарушится“ — представляютъ предложенія обратныя одно другому. Первое можно выразить такъ: если два количества равны, то и произведенія ихъ на одно и тоже третье равны,—второе такъ: если произведенія двухъ количествъ на одно и то же третье равны, то и самыя количества равны — предложенія, очевидно, обратныя одно другому.

Пусть мы имѣемъ рядъ достовѣрныхъ сужденій, которыя всѣ обратимы: $M-B$, $N-M$, $P-N$ (пусть это будутъ правила преобразованій равенствъ или неравенствъ), и сужденіе $A-P$,

обратимое или необратимое (пусть это будетъ равенство или неравенство, выражающее условіе данной теоремы или доказанную раньше теорему). Требуется доказать, что $A — B$ (равенство или неравенство, которое нужно доказать). Тогда, такъ какъ первыя три сужденія обратимы, то $B — M$, $M — N$, $N — P$, и мы можемъ построить рядъ силлогизмовъ, пользуясь доказываемымъ положеніемъ, какъ меньшей посылкой, $\begin{matrix} B — M \\ A — B \end{matrix} \Big| A — M$ $\begin{matrix} M — N \\ A — M \end{matrix} \Big| A — N$; $\begin{matrix} N — P \\ A — N \end{matrix} \Big| A — P$. Такимъ образомъ мы можемъ вевести данное сужденіе $A — P$, какъ и необходимое логическое слѣдствіе доказываемаго положенія $A — B$ и ряда данныхъ посылокъ. Но такъ какъ эти посылки обратимы, т.-е. достовѣрно, что $M — B$, $N — M$, $P — N$, то достовѣрность заключенія $A — P$ доказываетъ вѣрность всѣхъ меньшихъ посылокъ, а слѣдовательно, и доказываемой теоремы $A — B$. Въ самомъ дѣлѣ, всѣ силлогизмы можно обратить, т.-е. поставить заключенія на мѣсто меньшихъ посылокъ и наоборотъ: $\begin{matrix} P — N \\ A — P \end{matrix} \Big| A — N$; $\begin{matrix} N — M \\ A — N \end{matrix} \Big| A — M$ $\begin{matrix} M — B \\ A — M \end{matrix} \Big| A — B$. Такимъ образомъ, если можно подобрать такой рядъ обратимыхъ посылокъ $B — M$, $M — N$, $N — P$, чтобы изъ нихъ и изъ доказываемаго положенія $A — B$ вытекало, какъ необходимое заключеніе, какое-либо извѣстное положеніе $A — P$, то доказываемое положеніе вѣрно. Этотъ видъ анализа называется анализомъ древнихъ. Когда такого ряда посылокъ нѣтъ, достовѣрное положительное заключеніе отъ вывода къ посылкамъ невозможно, и мы прибѣгаемъ къ индукціямъ, т.-е. къ гипотезѣ, повѣряемой опытомъ, которая даетъ заключенія только вѣроятныя. Значитъ, индукція представляетъ видъ анализа, другой видъ котораго представляетъ анализъ древнихъ.

VII. Образованіе понятій.

1. Образованіе понятій объ явленіяхъ и предметахъ природы.

Въ математикѣ намъ даны элементы — точка, прямая, единица, изъ которыхъ при помощи постулатовъ, аксіомъ и доказанныхъ теоремъ мы сами строимъ всѣ формы и функціи до самыхъ сложныхъ. Способы образованія сложныхъ формъ и функцій

изъ болѣе простыхъ и составляютъ эссенціи первыхъ, выражаемыя въ опредѣленіяхъ. Въ наукѣ о природѣ эти элементы намъ не даны, не даны ни постулаты, ни аксіомы, а потому невозможны и раціональныя опредѣленія понятій объ явленіяхъ и предметахъ природы.

а) Образованіе понятія объ явленіи и отдѣльномъ его свойствѣ представляетъ индукцію. Отдѣльныя свойства явленій выражаются законами и получаются при помощи индукціи. Законы преломленія, кипѣнія выражаютъ отдѣльныя свойства этихъ явленій и представляютъ индукціи (III, 5 и 6). Понятіе объ явленіи, какъ о цѣломъ, въ которомъ эти свойства необходимо соединены, представляетъ также индукцію, объясняющую постоянное сопровожденіе этихъ свойствъ. Громъ и молнія въ грозѣ представляютъ или свойства одного явленія, необходимо въ немъ связанныя, или отдѣльныя, случайно совпадающія явленія. Невѣроятность постоянно замѣчаемаго ихъ совпаденія при второмъ предположеніи дѣлаетъ очень вѣроятной первую гипотезу.

Разложеніе явленія на болѣе простыя, понятіе о составѣ явленія есть тоже, что сведеніе его къ ближайшей производящей причинѣ, т.-е. то же индуктивный процессъ, разсмотрѣнный нами въ гл. III. Объясняя круговое движеніе земли вокругъ солнца начальной скоростью по касательной и ускореніемъ, направленнымъ къ солнцу, мы находимъ ближайшую производящую причину явленія и вмѣстѣ съ тѣмъ составъ даннаго движенія изъ болѣе простыхъ. Радуга представляетъ сложное явленіе, которое состоитъ изъ паденія свѣтовыхъ лучей на дождевую каплю, преломленія и отраженія ихъ въ каплѣ и движенія до глаза наблюдателя. Эти болѣе простыя явленія, изъ которыхъ состоитъ данное сложное, составляютъ вмѣстѣ его ближайшую производящую причину. Такимъ образомъ разложеніе явленія на болѣе простыя есть то же, что отысканіе его ближайшей производящей причины или объясненіе его. Такимъ образомъ весь процессъ образованія понятія объ явленіи представляетъ процессъ индуктивный.

в) Предметы природы тѣмъ отличаются отъ предметовъ математики, что они не имѣютъ постоянныхъ, неизмѣнныхъ свойствъ, какъ послѣдніе. Если мы и приписываемъ какъ будто предметамъ такія свойства, напримѣръ говоримъ: стекло твердо, хрупко, прозрачно, вода жидка, магнитъ притягиваетъ желѣзо,

то только условно, подразумѣвая извѣстныя состоянія этихъ предметовъ при опредѣленныхъ привычныхъ намъ всѣмъ условіяхъ. Накаленное докрасна стекло не твердо, не хрупко и не прозрачно; вода можетъ быть и твердой, и газообразной; магнитъ, при накаливаніи, перестаетъ притягивать желѣзо. Поэтому опредѣленныя постоянныя свойства мы можемъ приписывать не предметамъ вообще, а только опредѣленнымъ преходящимъ состояніямъ предметовъ при опредѣленныхъ условіяхъ. Въ гл. I, 2 мы уже видѣли, что образованіе понятія объ отдѣльномъ свойствѣ такого преходящаго состоянія предмета (магнетизма магнитной руды при обычной температурѣ) представляетъ индукцію. Точно такъ же понятіе о какомъ-либо человѣкѣ, какъ добромъ или зломъ, представляетъ индукцію, объясняющую намъ его поступки. Понятіе о прозрачности стекла представляетъ тоже индукцію, которой мы объясняемъ, почему всякій разъ, когда между нами и какимъ-либо предметомъ помѣщается стекло, оно не закрываетъ для насъ предмета, а желѣзо, дерево, бумага и др. закрываютъ.

Всякій разъ когда передъ нами стекло при обычныхъ условіяхъ, мы можемъ испытать всѣ его свойства: твердость, прозрачность, хрупкость, вѣсъ и др. Это соединеніе свойствъ не можетъ быть случайнымъ совпаденіемъ, потому что было бы совершенно невѣроятно, чтобы случайное совпаденіе повторялось непремѣнно во всѣхъ случаяхъ, какіе кто-либо и гдѣ-либо наблюдалъ. Мы можемъ объяснить себѣ эти совпаденія только тѣмъ, что всѣ свойства необходимо соединены въ одно цѣлое. Эта индукція и даетъ намъ понятіе о предметѣ въ опредѣленныхъ условіяхъ или объ опредѣленномъ преходящемъ состояніи предмета.

с) Мы видили, что если исключить такъ называемыя общія свойства тѣлъ, т -е. свойства общія всѣмъ тѣламъ во всѣхъ ихъ состояніяхъ, то всѣ остальныя ихъ свойства, которыми одни предметы природы отличаются отъ другихъ, не представляютъ неизмѣнныхъ свойствъ. Вода характеризуется не тѣмъ, что она жидка, а тѣмъ, что она жидка отъ 0° до 100°, тверда ниже 0° и газообразна выше 100°; это не неизмѣнное свойство, а законъ измѣненія свойства. Вода характеризуется не опредѣленнымъ удѣльнымъ вѣсомъ, а удѣльнымъ вѣсомъ при извѣстной температурѣ и закономъ измѣненія его при другихъ температурахъ. При пропусканіи гальваническаго тока вода разлагается

на водородъ и кислородъ и образуется при горѣніи водорода — это опять законы. Такимъ образомъ, признаками каждаго вещества служатъ не постоянныя неизмѣнныя свойства, а законы измѣненія свойствъ, и предметъ природы представляетъ соединеніе, или синтезъ, не неизмѣнныхъ свойствъ, а законовъ. Органическое существо измѣняется въ своихъ свойствахъ отъ зарожденія и до смерти и не можетъ быть характеризовано состояніемъ этихъ свойствъ на какой-либо опредѣленной ступени развитія. Характернымъ для него является извѣстный планъ или законъ развитія... „Простыя неизмѣнныя опредѣленія понятій, говоритъ Зигвартъ, которыя выражаютъ просто сосуществованіе воспринимаемыхъ признаковъ, могутъ имѣть значеніе развѣ, какъ выраженіе опредѣленныхъ случайныхъ состояній, или стадій развитія вещей, а никакъ не исчерпывающаго понятія о вещи, и предназначены скорѣе для того, чтобы служить исходнымъ пунктомъ для изученія законовъ развитія, посредствомъ которыхъ только и можетъ быть совершенно опредѣлено понятіе о вещи“. Законы устанавливаются при помощи индукцій, и синтезъ этихъ законовъ въ одно понятіе о вещи представляетъ тоже индукцію, какъ синтезъ отдѣльныхъ свойствъ въ понятіе о преходящемъ состояніи предмета. Такимъ образомъ весь процессъ образованія понятій о предметахъ, какъ и объ явленіяхъ, представляетъ индукцію.

Въ предыдущихъ §§-ахъ мы говорили объ образованіи общихъ понятій о предметахъ и явленіяхъ. Теперь намъ нужно разсмотрѣть, чѣмъ характеризуются индивидуальные предметы и явленія. Данный кусокъ стекла или магнитной руды, кромѣ общихъ свойствъ стекла или магнитной руды, т.-е. кромѣ той группы законовъ, которыми характеризуется стекло или магнитная руда вообще, имѣютъ еще свое индивидуальное отличіе. Этимъ отличіемъ не могутъ быть ни форма, ни объемъ, ни вѣсъ, потому что если бы кусокъ руды обдѣлали и оправили желѣзомъ, мы сказали бы, что это тотъ же кусокъ руды, только обдѣланный и оправленный, хотя форма, объемъ и вѣсъ его измѣнились бы, а съ другой стороны, если бы мы нашли другой кусокъ руды совершенно такихъ же формы, объема и вѣса, онъ былъ бы все-таки другимъ кускомъ, совершенно сходнымъ съ первымъ, но не тѣмъ же: онъ отличался бы отъ него тѣмъ, гдѣ и когда онъ былъ найденъ, обдѣланъ, когда и какъ попалъ къ намъ, т.-е. своей исторіей. Точно такъ же и всякое инди-

видуальное явленіе отличается отъ другихъ своей исторіей. Если бы какое-нибудь солнечное затменіе или качаніе маятника въ точности повторило какое-либо предшествующее, оно отличалось бы отъ него, по крайней мѣрѣ, временемъ, когда произошло, т.-е. своей исторіей. Итакъ, понятія объ индивидуальныхъ предметахъ и явленіяхъ опредѣляются исторіей ихъ возникновенія и измѣненія ихъ свойствъ.

2. Величины.

а) Въ I части (A. V) мы уже видѣли, что величинами называются измѣримыя свойства вещей или явленій. Измѣримы такія свойства, которыхъ степени (степени величинъ называются значеніями), во-1-хъ, точно сравнимы и, во-2-хъ, соединяются аддитивно. Косвенное измѣреніе величинъ основывается на пропорціональности между ними и другими величинами, измѣряемыми непосредственно. Но пропорціональность можетъ быть доказана только для величинъ, которыя допускаютъ и непосредственное измѣреніе. Слѣдовательно, достовѣрныя основанія измѣренія мы имѣемъ только для величинъ, удовлетворяющихъ указаннымъ двумъ условіямъ. Таковы величины геометрическія. Мы не можемъ привести ни одной физической величины, которая удовлетворяла бы обоимъ этимъ условіямъ; поэтому онѣ измѣряются только гипотетически на основаніи предположеній: 1) о принадлежности имъ одного или обоихъ указанныхъ двухъ свойствъ, или 2) пропорціональности ихъ другимъ величинамъ, измѣримымъ непосредственно, именно длинамъ.

а) Свойства, въ которыхъ допускаются основные признаки величинъ.

1. *Время* есть свойство движенія, которое измѣряется сосчитываніемъ числа періодически повторяющихся движеній, напр. качаній маятника, переливаній воды или песка въ водяныхъ и песочныхъ часахъ, обращеній земли вокругъ своей оси или вокругъ солнца. При непрерывномъ повтореніи этихъ явленій, періоды ихъ присоединяются одинъ къ другому такъ, что изъ нихъ составляется новый промежутокъ времени, котораго отдѣльные періоды составляютъ раздѣльныя части. Поэтому время удовлетворяетъ второму основному условію измѣримости: промежутки времени соединяются аддитивно; но оно не удовлетворяетъ первому условію, потому что мы не имѣемъ возможности сравни-

вать между собой неодновременные промежутки времени. Мы не можемъ одинъ промежутокъ времени, напр. время одного качанія маятника, перенести и совмѣстить со временемъ другого качанія и, слѣдовательно, не можемъ сравнить ихъ непосредственно. Сравнить можно только продолжительности двухъ одновременныхъ событій. Поэтому нельзя два неодновременные промежутка времени сравнить и косвенно, чрезъ какой-нибудь третій, такъ какъ этотъ третій долженъ быть одновременнымъ съ обоими. Однако, если бы мы за какой-нибудь промежутокъ времени насчитали a качаній одного маятника, b качаній другого, c переливаній въ водяныхъ часахъ, d обращеній земли вокругъ своей оси и т. д. за какой-нибудь другой промежутокъ времени, соотвѣтственныя числа были бы a_1, b_1, c_1,..., то $a:b:c:d=a_1:b_1:c_1:\ldots$ Отсюда слѣдуетъ, что періоды этихъ движеній сохраняютъ постоянное отношеніе; а это возможно какъ въ томъ случаѣ, когда они сами постоянны, такъ и при нѣкоторыхъ законахъ ихъ измѣненій, и нѣтъ никакого очевиднаго основанія отвергнуть второе предположеніе Первое предположеніе принимается, какъ гипотеза, и служитъ основаніемъ для измѣренія времени. Эта гипотеза оправдывается вмѣстѣ со связаннымъ съ нею закономъ инерціи, какъ наиболѣе подходящее объясненіе механическихъ явленій.

2. *Количество электричества.* Количество электричества измѣряется на основаніи закона Кукона. Но для доказательства этого закона относительно количествъ электричества мы электрическій зарядъ, который былъ у насъ на неподвижномъ шарикѣ, раздѣляемъ на два, прикасаясь къ неподвижному шарику другимъ, тождественнымъ съ нимъ шарикомъ, и при этомъ предполагаемъ, что полученные два заряда заключались раньше въ первоначальномъ зарядѣ неподвижнаго шарика, какъ различныя части, такъ что, если бы представить себѣ ихъ измѣренными, первоначальный зарядъ былъ бы суммой полученныхъ зарядовъ. Но это — совершенно произвольное допущеніе, которое вовсе не очевидно и не можетъ быть ниоткуда выведено, развѣ изъ другого предположенія, равносильнаго ему или его заключающаго. Такъ, если бы мы условились считать количество электричества на малыхъ шарикахъ пропорціональнымъ силѣ, съ которой оно отталкиваетъ другой малый шарикъ съ постояннымъ зарядомъ и находящійся отъ него на постоянномъ разстояніи, то на опытъ Кукона могли бы смотрѣть, какъ на

доказательство нашего перваго допущенія, что количества электричества соединяются аддитивно.

3. *Сила тока,* или количество электричества, протекающаго въ 1 секунду черезъ поперечное сѣченіе цѣпи, измѣряется на основаніи пропорціональности между ней и магнитной силой тока. Пропорціональность доказывается опытами Пулье при помощи колеса съ зубчатой шиной. Но мы имѣемъ въ этихъ опытахъ, строго говоря, не токи болѣе сильный и болѣе слабый, а токи, прерываемые на бо́льшую или меньшую часть всего времени, такъ что, если принять въ расчетъ только то время, когда токи замкнуты, то всѣ они одинаковой силы На какомъ основаніи можемъ мы уподобить токъ силы i, который въ теченіе нѣкотораго промежутка времени быстро прерывался и замыкался и всего былъ замкнутъ $2t$ секундъ, току силы $2i$. который былъ замкнутъ за то же время на t секундъ? Мы можемъ тотъ и другой разсматривать, какъ соединеніе двухъ токовъ силы i, замыкаемыхъ всего на t секундъ. Если ихъ соединить такъ, чтобы времена замыканія одного совпадали съ перерывами другого, то получимъ токъ силы i, замкнутый на $2t$ секундъ. Если ихъ соединить такъ, чтобы періоды замыканія ихъ совпадали, то можемъ заключить, что получимъ токъ силы $2i$, замкнутый всего на t секундъ, если допустимъ, что, при соединеніи двухъ токовъ въ одинъ, силы ихъ соединяются аддитивно. Это допущеніе совсѣмъ не очевидно. Оно подсказывается аналогіей, положимъ, сліянія двухъ рѣкъ, гдѣ массы протекающей воды соединяются аддитивно, но не можетъ быть доказано иначе, какъ на основаніи равносильнаго ему или заключающаго его допущенія. Мы могли бы, напр., допустить, что сила тока пропорціональна магнитной силѣ тока, и тогда на опыты Пулье смотрѣть, какъ на доказательство нашего перваго допущенія.

4. *Сила.* Эмпирическое понятіе силы дается чувствомъ усиленія, которое мы испытываемъ въ нашихъ органахъ движенія, когда прилагаемъ ихъ къ измѣненію состоянія тѣлъ.

Это чувство связывается съ производимымъ измѣненіемъ, какъ его причина, и переносится затѣмъ на другія измѣненія состоянія, не производимыя нашими органами. Мы можемъ болѣе или менѣе точно судить о равенствѣ усилій, но не можемъ два усилія соединить въ одно, въ которомъ первыя сохранялись бы, какъ раздѣльныя части. Слѣдовательно, усиліе не

представляетъ измѣримой величины. Мы приходимъ къ измѣренію силъ посредствомъ опредѣленій равенства и суммы силъ. Въ этихъ опредѣленіяхъ и заключается опредѣленіе силы, какъ величины. Равными называемъ силы, которыя при одинаковыхъ условіяхъ производятъ одинаковыя дѣйствія. Но такъ какъ одна и та же сила можетъ производить различнаго рода дѣйствія, то это опредѣленіе основывается на допущеніи, что если двѣ силы производятъ одного рода дѣйствія равныя, то и всякаго другого рода дѣйствія произведутъ равныя. Въ противномъ случаѣ было бы неизвѣстно, по какимъ дѣйствіямъ сравнивать силы. Сумма силъ опредѣляется, какъ сила, которая производитъ такое же дѣйствіе, какъ всѣ слагаемыя вмѣстѣ, если онѣ приложены къ одной точкѣ и направлены въ одну сторону. Это опредѣленіе совершенно условно; а потому и сила представляетъ величину условно измѣримую.

b) Свойства, которыя условно опредѣляются, какъ величины пропорціональныя другимъ величинамъ.

1. *Температура.* Прикосновеніе къ тѣламъ даетъ намъ воспріятіе большей или меньшей нагрѣтости. Мы можемъ приблизительно судить о томъ, одинаково ли они нагрѣты, или нѣтъ, но не можемъ соединить аддитивно двѣ степени нагрѣтости или, что то же, не можемъ какъ-нибудь воспринять, чтобы одно тѣло было теплѣе другого настолько, какъ нагрѣто нѣкоторое третье. Поэтому температура сама по себѣ не можетъ быть измѣряема. Но, замѣчая неопредѣленное соотвѣтствіе между степенями температуры и объемами ртути или газовъ, мы условно опредѣляемъ температуру, какъ величину, пропорціональную этой другой величинѣ, и такимъ образомъ приходимъ къ ея измѣренію. Такимъ образомъ въ томъ, что равнымъ дѣленіямъ термометрической скалы соотвѣтствуютъ равныя приращенія температуры, нѣтъ ничего ни само собой очевиднаго, ни такого, что можно было бы доказать: это результатъ произвольнаго условія. Температура — величина, условно связанная съ расширеніемъ и притомъ первоначально одного произвольно выбраннаго вещества — ртути. Выраженіе, что твердыя и жидкія тѣла расширяются неравномѣрно, значитъ только, что они расширяются непропорціонально расширенію ртути; выраженіе же „ртуть расширяется равномѣрно“ не имѣетъ никакого смысла, пока мы не измѣнимъ опредѣленіе температуры и не

примемъ ея за величину, пропорціональную расширенію газовъ. Это второе опредѣленіе температуры менѣе случайно, чѣмъ первое, потому что здѣсь температура представляетъ свойство не одного случайно выбраннаго вещества, а газообразнаго состоянія всѣхъ тѣлъ. Наконецъ, абсолютная термометрическая скала Томсона не зависитъ ни отъ вещества, ни отъ состоянія тѣлъ и въ этомъ смыслѣ и названа абсолютной; но все же температура по абсолютной скалѣ не перестаетъ быть величиной, измѣримой только гипотетически, потому что лежащее въ основѣ этой скалы допущеніе пропорціональности между температурой и работой представляетъ только гипотезу, которая можетъ быть оправдана только вмѣстѣ съ кинетической или какой-либо другой гипотезой о природѣ теплоты

2. *Количество тепла.* Наблюдая нагрѣваніе теплыми тѣлами холодныхъ, мы замѣчаемъ, что способность тѣла нагрѣвать болѣе холодныя тѣла зависитъ не только отъ температуры его, но и отъ массы и природы вещества. Значитъ, теплота нагрѣтыхъ тѣлъ имѣетъ еще свойство, отличное отъ температуры, котораго степень возрастаетъ, какъ съ возрастаніемъ температуры, такъ и массы тѣла, и зависитъ отъ вещества. Это свойство называется количествомъ тепла. Измѣряется оно на основаніи условнаго допущенія, что количество тепла пропорціонально массѣ воды, которую оно способно нагрѣть отъ 0 до 1^0 С. Эта пропорціональность вовсе не очевидна, какъ это иногда представляется, потому что, если и можно признать очевиднымъ, что количество тепла, которое сообщается одному грамму воды при нагрѣваніи его отъ 0 до 1^0 С., равно тому, которое сообщается такому же количеству воды при тѣхъ же условіяхъ, то вовсе не очевидно, что столько же тепла уходило изъ даннаго тѣла, сколько сообщается одному грамму воды, а потому возможно допустить, что неравныя количества тепла, уходящія съ даннаго тѣла при неодинаковыхъ условіяхъ — одно при болѣе высокой, другое при болѣе низкой температурѣ — одинаково нагрѣваютъ одинъ граммъ воды отъ 0 до 1^0 С. Это не только не очевидно, но и не можетъ быть ничѣмъ доказано, развѣ на основаніи какого-либо другого произвольнаго допущенія.

Итакъ, опредѣляя количество тепла, какъ величину, пропорціональную массѣ воды, которую оно способно нагрѣть отъ 0 до 1^0, мы получаемъ способъ измѣренія количества тепла

и тогда уже можемъ изъ опытовъ вывести зависимость количества тепла отъ температуры, массы даннаго тѣла и вещества его. И только тогда же можно изъ опытовъ вывести, что количество тепла въ тѣлѣ зависитъ только отъ его массы, температуры, вещества и состоянія агрегаціи (твердое, жидкое или газообразное), а не отъ другихъ условій или предшествующихъ состояній. Отсюда слѣдуетъ, что если тѣло нагрѣемъ, потомъ охладимъ до прежней температуры, то и количество тепла вернется къ прежнему значенію, значитъ, сколько тепла тѣло пріобрѣло при нагрѣваніи, столько потеряло при охлажденіи до прежней температуры (предполагаемъ, что тѣло не производило внѣшней работы, или сумма произведенныхъ внѣшнихъ работъ равна нулю). Отсюда, далѣе, можемъ вывести, что при переходѣ тепла съ одного тѣла на другое, сколько тепла теряетъ одно, столько пріобрѣтаетъ другое. Но всѣ эти свойства, въ концѣ концовъ, опираются на условное допущеніе, служащее основаніемъ для измѣренія количества тепла.

3. *Сила освѣщенія.* Сила освѣщенія представляетъ свойство, воспринимаемое глазомъ. Мы можемъ непосредственно судить о равенствѣ степеней этого свойства, но не можемъ представить себѣ одну степень, какъ сумму двухъ другихъ степеней: когда два освѣщенія соединяются въ одно, они не сохраняются въ немъ, какъ раздѣльныя части. Къ измѣренію силы освѣщенія мы приходимъ посредствомъ условнаго понятія о лучѣ, какъ прямой, выходящей изъ источника свѣта и дающей, при пересѣченіи съ любой поверхностью одинаковаго качества, но гдѣ угодно и какъ угодно поставленной, одинаковую силу освѣщенія. Тогда сила освѣщенія данной поверхности принимается пропорціональной числу лучей, падающихъ на единицу ея площади. Это допущеніе совершенно условно, но изъ него уже выводятся чисто геометрическими построеніями законы освѣщенія, на которыхъ основываются пріемы измѣренія силы освѣщенія.

c) Величины раціонально построенныя.

Измѣреніе величинъ приводитъ къ открытію зависимости между ними или къ количественнымъ законамъ, которые выражаются болѣе или менѣе сложными формулами. Часто встрѣчается надобность какую-либо часть такой формулы, которая сама представляетъ нѣкоторую болѣе простую формулу, обозначить особымъ названіемъ и такимъ образомъ разсматривать, какъ нѣ-

которую новую величину, хотя бы ей и не соотвѣтствовало никакое непосредственно воспринятое свойство. Это величины раціонально построенныя. Ихъ можно бы назвать для краткости коэффиціентами, такъ какъ всѣ такъ наз. коэффиціенты или физическія постоянныя принадлежатъ къ этому роду величинъ.

1) *Сопротивленіе проводника.* Такъ, въ формулѣ Пулье, для силы тока въ случаѣ внѣшнихъ проводниковъ изъ длинной тонкой проволоки $i=\frac{e}{\frac{l}{\varrho\frac{}{s}}}$, выраженіе $\varrho\frac{l}{s}$ называется сопротивленіемъ проволоки и разсматривается, какъ новая величина. Въ этой формулѣ заключается и способъ ея измѣренія черезъ l или s. Въ законахъ, изъ которыхъ эти величины заимствуются, заключаются и способы ихъ измѣренія. Другіе примѣры: *2. Показатель преломленія.* Второй законъ преломленія заключаетъ отношеніе синусовъ угловъ паденія и преломленія, которое постоянно для данныхъ двухъ срединъ и имѣетъ особое значеніе для каждой новой пары срединъ. Это отношеніе называется показателемъ преломленія и разсматривается, какъ новая величина — коэффиціентъ, характеризующій данныя двѣ средины.

3) *Ускореніе.* Законъ скоростей въ равноускоренномъ движеніи $v=ct$ содержитъ отношеніе c между скоростью и временемъ, постоянное для даннаго и имѣющее особое значеніе для каждаго равноускореннаго движенія. Это отношеніе называется ускореніемъ и разсматривается, какъ особая величина. Способъ измѣренія ея, чрезъ скорость или время, заключается въ самомъ законѣ.

4) *Коэффиціентъ электропроводности.* Формула Пулье (a) заключаетъ отношеніе $\frac{1}{\varrho}=\frac{il}{es}$, постоянное для даннаго вещества проволоки, но различное для различныхъ веществъ. Оно называется коэффиціентомъ электропроводности и разсматривается, какъ новая величина, характеризующая данное вещество. Способъ измѣренія ея заключается въ законѣ, изъ котораго она заимствована.

5) *Работа,* опредѣляемая, какъ произведеніе силы на разстояніе, пройденное точкой приложенія ея по направленію силы, представляетъ величину, раціонально построенную, заим-

ствованную изъ уравненія живыхъ силъ, или изъ другого какого-либо выраженія закона сохраненія энергіи.

d) Свойства, которыя опредѣляются, какъ величины, пропорціональныя коэффиціентамъ.

a) *Масса.* Въ случаѣ однороднаго вещества мы можемъ взять массы, которыя вполнѣ другъ друга замѣщаютъ: имѣютъ равные объемы, равные вѣса, производятъ равныя химическія дѣйствія, отъ равныхъ силъ получаютъ равныя ускоренія. Такія массы, очевидно, равны. Но въ случаѣ тѣлъ разнородныхъ такое соотвѣтствіе нарушается, и мы не имѣемъ никакого очевиднаго основанія связать массу съ тѣмъ, а не другимъ изъ расходящихся признаковъ. Мы приходимъ къ измѣренію массы, условно принимая ее пропорціональной отношенію силы къ ускоренію. Это отношеніе представляетъ величину, раціонально построенную на основаніи закона пропорціональности силъ, дѣйствующихъ на одно и то же тѣло, и сообщаемыхъ ими ускореній. Изъ этого допущенія выводимъ, что массы тѣлъ пропорціональны вѣсамъ ихъ въ одномъ и томъ же мѣстѣ, и приходимъ къ измѣренію массы тѣла черезъ посредство вѣса.

Утвержденію, что масса измѣряется посредствомъ вѣса, нисколько не противорѣчитъ общеизвѣстный фактъ, что посредствомъ вѣсовъ получается прямо масса тѣла, а вѣсъ опредѣляется черезъ умноженіе массы на g. На вѣсахъ мы получаемъ непосредственно (въ логическомъ смыслѣ) отношеніе вѣсовъ, а такъ какъ отношеніе массъ равно отношенію вѣсовъ, то вмѣстѣ съ тѣмъ получаемъ и отношеніе массъ (въ практическомъ смыслѣ непосредственно, т.-е. безъ какого-либо вычисленія, но въ логическомъ смыслѣ черезъ посредство отношенія вѣсовъ, въ силу равенства между ними). Но имѣя оба отношенія, мы можемъ прямо получить массу тѣла, такъ какъ массы гирекъ представляютъ единицы массы, но не можемъ прямо получить вѣса, потому что вѣса гирекъ не представляютъ единицъ вѣса, а находятся къ послѣднимъ въ особомъ для каждаго даннаго мѣста отношеніи.

b) *Скорость.* Скорость, какъ быстрота движенія, представляетъ свойство, непосредственно воспринимаемое нашими чувствами. Степени этого свойства находятся въ соотвѣтствіи со значеніями коэффиціента, заимствованнаго изъ закона равномѣрнаго движенія. Этотъ коэффиціентъ представляетъ отноше-

ніе пройденнаго пространства ко времени, постоянное для одного и того же движенія и различное для различныхъ равномѣрныхъ движеній. Этотъ коэффиціентъ можетъ, слѣдовательно, характеризовать данное равномѣрное движеніе, какъ ускореніе характеризуетъ равно-ускоренное движеніе.

Это допущеніе приводитъ къ опредѣленію скорости, какъ пространства, проходимаго въ одну секунду, и черезъ него къ измѣренію скорости.

3. Электровозбудительная сила въ элементарномъ изложеніи разсматривается, какъ это было раньше въ наукѣ, какъ величина особаго рода, отличная отъ потенціала и работы. Мы разсматриваемъ электровозбудительную силу, какъ свойство, которое присуще прикосновенію всякихъ двухъ проводниковъ разлагать электричество, при чемъ на одномъ собирается положительное, на другомъ отрицательное. Степени этого свойства находятся въ соотвѣтствіи со значеніями коэффиціента „e“ формулы Пулье (II, a). Это дало основаніе Ому принять электровозбудительную силу за величину, пропорціональную этому коэффиціенту. На основаніи этого допущенія электровозбудительная сила находитъ способы измѣренія въ формулѣ Пулье, или законѣ Ома.

VIII. Классификація.

a) Классификація означаетъ образованіе классовъ, совокупностей частныхъ понятій, подчиненныхъ одному общему. Она можетъ итти какъ путемъ логическаго раздѣленія общаго понятія, такъ и путемъ соединенія частныхъ понятій по замѣченнымъ въ нихъ общимъ признакамъ. Основаніе дѣленія въ первомъ случаѣ (ч. I) и общіе признаки, по которымъ соединяются частныя понятія, во второмъ, составляютъ основанія классификаціи. Понимаемая въ этомъ общемъ смыслѣ, классификація можетъ имѣть совершенно произвольное основаніе, смотря по цѣлямъ, которыя преслѣдуетъ. Можно классъ животныхъ раздѣлить на виды: полезныя, вредныя и безразличныя для человѣка, или на травоядныя, плотоядныя и всеядныя, или на домашнія и дикія, растенія — на овощи, плодовыя, луговыя, лѣсныя, болотныя, прѣсноводныя, морскія. Хотя эти классификаціи имѣютъ видъ логическихъ дѣленій, но мы не можемъ достовѣрно признать ихъ ни исчерпывающими, ни исключающими, потому что въ основаніи ихъ не лежатъ очевидно всевоз-

можныя измѣненія какого-либо свойства, какъ въ дѣленіяхъ въ математикѣ. Точка плоскости можетъ быть внутри круга, на окружности или внѣ круга. Очевидно, что ни одна точка не можетъ занимать одновременно два изъ этихъ положеній или не занимать ни одного изъ нихъ. Одно число можетъ быть больше другого, равно ему, или меньше, и ни одно число, очевидно, не можетъ быть въ двухъ изъ этихъ отношеній къ другому, или не быть ни въ одномъ изъ нихъ. Но ни того, ни другого нельзя сказать ни про одно изъ приведенныхъ выше дѣленій. Возьмемъ раздѣленіе, повидимому наиболѣе близкое къ математическимъ раздѣленіямъ. Положеніе равновѣсія тѣла, подпертаго въ одной точкѣ, можетъ быть устойчивое, неустойчивое и безразличное. Что центръ тяжести можетъ быть ниже точки опоры, выше ея, или совпадать съ ней — это геометрическое раздѣленіе, очевидно исчерпывающее и исключающее; но что каждому относительному положенію центра тяжести соотвѣтствуютъ особое положеніе равновѣсія и только одно — это уже выводъ изъ законовъ механики, представляющихъ индукціи и слѣд. болѣе или менѣе вѣроятныхъ. Это проще всего видѣть, если мы попробуемъ наше геометрическое раздѣленіе примѣнить къ тѣламъ, поставленнымъ на горизонтальной плоскости; и тамъ центръ тяжести можетъ быть ниже точекъ опоръ, выше ихъ, или на одномъ съ ними уровнѣ, но всѣмъ его положеніямъ соотвѣтствуетъ одно положеніе равновѣсія — болѣе или менѣе устойчивое. Опираясь па индукціи, эти раздѣленія, или классификаціи могутъ имѣть самыя различныя степени вѣроятности, сообразно вѣроятностямъ индукцій, начиная отъ очень слабыхъ и кончая очень близкими къ достовѣрности, какъ приведенное раздѣленіе изъ области механики.

Соединеніе въ одинъ классъ понятій, имѣющихъ одинъ или нѣсколько общихъ признаковъ, ведетъ къ открытію между ними другихъ общихъ признаковъ и къ установленію эмпирическихъ связей между свойствами или эмпирическихъ законовъ, подлежащихъ затѣмъ дальнѣйшему объясненію путемъ новыхъ индукцій: они ставятъ вопросы и побуждаютъ искать на нихъ отвѣты. Разсматривая классъ жвачныхъ животныхъ, нашли, что всѣ они двукопытныя и только они имѣютъ рога. Всѣ хорошіе проводники электричества хорошо проводятъ теплоту и не прозрачны ни для темныхъ лучей, ни для свѣта. Разсматривая всѣ элементы, встрѣчающіеся на солнцѣ, Локайеръ нашелъ,

что всѣ они дають прочныя соединенія съ кислородомъ. Это былъ эмпирическій законъ, который привелъ къ открытію на солнцѣ еще пяти металловъ. Между звѣздами, имѣющими большое собственное движеніе, очень много двойныхъ.

b) На ряду съ этимъ болѣе обширнымъ примѣненіемъ слова „классификація“ оно употребляется также въ болѣе узкомъ смыслѣ. Разумѣютъ подъ классификаціей распредѣленіе всѣхъ предметовъ извѣстной науки въ подчиненные и соподчиненные классы съ цѣлью болѣе удобнаго ихъ изученія и запоминанія. Основаніями для этихъ классификацій служатъ не произвольные признаки, а наибольшее сходство, обусловливаемое составомъ или способомъ образованія, или единствомъ происхожденія, дѣйствительными или только предполагаемыми съ большей или меньшей вѣроятностью. Такъ система счисленія представляетъ классификацію чиселъ по сходству состава ихъ или способа образованія изъ единицъ. Классификація кристалловъ по осямъ симметріи основывается на предполагаемыхъ направленіяхъ силъ кристализаціи. Классификація растеній и животныхъ со времени Дарвина понимаются какъ распредѣленія ихъ по степенямъ родства или близости къ предполагаемымъ общимъ предкамъ. Какъ законы образованія чиселъ составляютъ ихъ эссенціи, такъ въ законахъ образованія или состава предметовъ природы или въ генеалогіи должны заключаться причины ихъ свойствъ и ихъ точныя опредѣленія.

c) Классификаціи ведутъ, какъ было выше объяснено, къ эмпирическимъ законамъ, установляющимъ связи между свойствами, и мы можемъ ожидать открытія тѣлъ болѣе глубокихъ связей, чѣмъ ближе данная классификація къ описанной сейчасъ идеальной классификаціи. Съ другой стороны и классификаціи опираются на индукціи. Предметы природы мы не строимъ сами дѣятельностью воображенія, какъ числа, и потому не знаемъ достовѣрно законовъ ихъ образованія, и мы не были свидѣтелями возникновенія существующихъ растительныхъ и животныхъ классовъ, родовъ и видовъ. Поэтому законъ образованія или генеалогическое родство представляютъ только гипотезы, къ которымъ мы приходимъ и которыя повѣряемъ путемъ наблюденія сходствъ между предметами природы, т.-е. индукціи. Руководящими признаками при установленіи классификаціи являются наиболѣе существенные признаки. Существенные признаки тѣ, которые связаны съ наибольшимъ числомъ дру-

гихъ признаковъ. Такимъ образомъ классификація можетъ быть установлена только при посредствѣ многихъ эмпирическихъ законовъ, а эти послѣдніе, какъ мы выше видѣли, при помощи предварительныхъ пробныхъ классификацій. Пробуя соединять растенія по формѣ ихъ листьевъ, мы откроемъ меньше связей между этимъ признакомъ и другими ихъ признаками, чѣмъ когда соединимъ ихъ по устройству цвѣтковъ, т.-е органовъ оплодотворенія. Устройство органовъ оплодотворенія для растеній является болѣе существеннымъ признакомъ, чѣмъ форма листьевъ. Пробуя соединять животныхъ по цвѣту ихъ покрововъ или по размѣрамъ, мы откроемъ очень мало другихъ сходныхъ признаковъ въ полученныхъ группахъ, во всякомъ случаѣ неизмѣримо меньше, чѣмъ когда соединимъ по формѣ скелетовъ и устройству органовъ пищеваренія, дыханія, кровообращенія. Совершенствуя классификацію, приходятъ къ открытію новыхъ эмпирическихъ законовъ, которые въ свою очередь ведутъ къ дальнѣйшимъ поправкамъ классификаціи.

Классификаціи даютъ возможность опредѣлять понятія, такъ какъ установляютъ роды и виды. По мѣрѣ того, какъ совершенствуются классификаціи, т.-е. какъ лежащіе въ основаніи ихъ законы приближаются къ истиннымъ законамъ образованія предметовъ и явленій, основанныя на нихъ эмпирическія опредѣленія понятій приближаются къ раціональнымъ опредѣленіямъ, выражающимъ эссенціи понятій, и наука индуктивная становится дедуктивной.