3331 НА 33. Пров 38

Еще къ вопросу о значеніи корреляціонныхъ формулъ, какъ орудія статистическаго анализа.

(По поводу статей проф. А. В. Леонтовича. проф. Р. М. Орженцкаго и И. А. Сабанѣева).

174862.

Статья моя: „Корреляціонныя формулы, какъ орудіе статистическаго анализа“, помѣщенная въ кн. 3-ей „Статистическаго Вѣстника“ за 1914-15 г., вызвала возраженія со стороны трехъ изъ наиболѣе видныхъ въ Россіи представителей математическаго направленія въ статистикѣ: проф. А. В. Леонтовича и проф. Р. М. Орженцкаго въ 4-ой книгѣ за тотъ-же годъ, и И. А. Сабанѣева въ 1-ой книгѣ за текущій годъ. Характеръ возраженій носятъ, собственно говоря, только двѣ изъ нихъ: проф. Орженцкій, въ сущности, не возражаетъ мнѣ. Онъ признаетъ, что я „затронулъ сложный и мало разработанный вопросъ“; намѣчаетъ типы случаевъ, гдѣ коэффиціэнтъ корреляціи даетъ, и типы случаевъ, гдѣ онъ „не даетъ правильнаго представленія о характерѣ зависимости“,— вообще пытается до нѣкоторой степени разграничить сферы примѣненія корреляціонныхъ формулъ и „элементарныхъ“ пріемовъ; мнѣ онъ ставитъ въ упрекъ лишь „точку зрѣнія, которая не можетъ дать правильнаго рѣшенія, благодаря нецѣлесообразному противопоставленію «элементарныхъ» пріемовъ математическимъ“ (4, 96-97). Мнѣ не приходится поэтому отвѣчать на его небольшую по объему, но, какъ все, что пишетъ проф. Орженцкій, богатую мыслями замѣтку,—не приходится отвѣчать въ смыслѣ возраженія; мнѣ, напротивъ, придется ссылаться на нее въ моихъ возраженіяхъ другимъ моимъ оппонентамъ. Я могу только привѣтствовать выразившееся въ статьѣ проф. Орженцкаго болѣе критическое отношеніе къ методу корреляціи. Думаю только, что пропагандистамъ этого метода слѣдовало с н а ч а л а проработать его критически, намѣтить и выяснить для самихъ себя его возможности и предѣлы раціональнаго его примѣненія, и уже потомъ выступать со своею пропагандою. Думаю затѣмъ, что не я первый, а именно они пошли по пути рѣзкаго противопоставленія корреляціоннаго и другихъ методовъ математической статистики элементарнымъ пріемамъ.

„Отвѣчать“ мнѣ придется, значитъ, только двумъ изъ моихъ оппонентовъ—проф А. В. Леонтовичу и И. А. Сабанѣеву. Я не буду, въ частности, останавливаться на нѣкоторыхъ замѣчаніяхъ, особенно, г. Сабанѣева, не носящихъ характера обсужденій по существу (напр., на стр. 23-ей по поводу словъ „даже при n=100“, или на стр. 20-21 по поводу сдѣланнаго мною сопоставленія взглядовъ Yul'я и Е. Е. Слуцкаго). Отмѣчу только одно изъ замѣчаній этого типа:—по поводу приводимыхъ мною примѣровъ изъ того же Yul'я, излагаемыхъ мною безъ приведенія самихъ цифръ, въ видѣ „словесной характеристики таблицъ“ (1, 29): неужели я—по мнѣнію г. Сабанѣева—долженъ былъ перепечатать полностью всѣ корреляціонныя таблицы, на которыя я ссылаюсь, и неужели я не вправѣ предполагать, что читатель—читатель н е о б щ а г о журнала, а „Статистическаго Вѣстника“, можетъ заглянуть въ цитируемую мною, съ приведеніемъ страницъ, книгу и найти въ ней разбираемыя мною таблицы?

Повторяю—я не хочу занимать вниманіе читателя мелочами. На нѣкоторыхъ—казалось бы—мелочахъ я долженъ, однако, остановиться нѣсколько подробнѣе, потому что онѣ имѣютъ непосредственное отношеніе къ общей постановкѣ вопроса и, до нѣкоторой степени, къ тѣмъ основнымъ точкамъ зрѣнія, изъ которыхъ я исхожу въ моей статьѣ. Я имѣю въ виду, прежде всего, дѣлаемый мнѣ проф. Леонтовичемъ упрекъ по поводу „самого пріема критики корреляціи“. „Нельзя—говоритъ проф. Леонтовичъ—побить математическій методъ цитатами изъ книгъ гг. Е. Е. Слуцкаго и Р. М. Орженцкаго, ибо легко принять за базу неудачно понятыя (кѣмъ? мною или самими авторами? А. К.) выраженія авторовъ, имѣющіяся во всякой книгѣ, и изъ-за нихъ увѣрять, что и весь методъ (кстати сказать—замѣчаетъ проф. Леонтовичъ къ моему свѣдѣнію—не Слуцкаго, не Орженцкаго, а Пирсона и др.) никуда не годится и лишь напрасно затрудняетъ статистиковъ“ (4, 81-82). Едва ли проф. Леонтовичъ будетъ настаивать на томъ, что *весь* мой „пріемъ“ критики корреляціонныхъ вычисленій сводится *исключительно* къ разбору „неудачно понятыхъ“ выраженій Слуцкаго или Орженцкаго, и что *всѣ* мои выводы основаны исключительно на такого рода выраженіяхъ названныхъ авторовъ: что это не такъ—ясно, думается мнѣ, изъ дальнѣйшихъ возраженій, дѣлаемыхъ самимъ проф. Леонтовичемъ, гдѣ рѣчь идетъ отнюдь не только о „неправильно понятыхъ“ выраженіяхъ. Но поскольку я, въ самомъ дѣлѣ, сопоставляю мнѣнія Слуцкаго, Орженцкаго или Yul'я,—я, думается мнѣ, въ своемъ правѣ. Что методъ корреляціи—не Слуцкаго и не Орженцкаго, а Пирсона,—это мнѣ было извѣстно. Но я не считаю для себя обязательнымъ непремѣнно восходить къ первоисточникамъ ученія о корреляціи. Это было бы обязательно для меня, если бы выступалъ съ диссертаціей или трактатомъ о корреляціи.

Но моя роль въ данномъ случаѣ совершенно иная, во много разъ болѣе скромная. Я выступаю въ данномъ случаѣ, не какъ „мастеръ“ (выраженіе проф. Леонтовича) и даже не какъ подмастерье „статистическаго дѣла“. Я не спеціалистъ въ области математической статистики и въ частности—въ области корреляціонныхъ вычисленій. Я—статистикъ, привыкшій работать элементарными пріемами, привыкшій думать, что помощью этихъ пріемовъ, при извѣстномъ умѣньѣ, можно достигать добропорядочныхъ и достаточно убѣдительныхъ результатовъ, одинъ изъ подавляющаго пока большинства статистиковъ. Ко мнѣ, или къ намъ, являются гг. Орженцкій, Слуцкій, Леонтовичъ, Сабанѣевъ и говорятъ: „бросьте, господа, эти грубые глазомѣрные пріемы; вотъ вамъ методъ, который „гораздо шире, многограннѣе изображаетъ явленіе, и потому представляетъ, во всякомъ случаѣ, шагъ впередъ“; методъ, притомъ, имѣющій „безспорный критерій объективности, объективнаго метода, независящаго отъ ловкаго или неловкаго разбиванія на группы и другихъ субъективныхъ пріемовъ“ (4, 92). Думается мнѣ, я вправѣ поинтересоваться тѣмъ, *что* собственно *они*, эти пропагандисты новыхъ методовъ, желающіе вести насъ за собой по новымъ путямъ, предлагаютъ намъ къ непремѣнному руководству; какъ *они*, эти пропагандисты, понимаютъ пропагандируемые ими методы; насколько *они сами* сговорились между собой насчетъ смысла этихъ методовъ, степени ихъ объективности и т. д.; чего *они*, примѣняя эти методы, достигаютъ въ смыслѣ „широты и многогранности“ изображенія явленій. И если я—правильно или нѣтъ, это въ данный моментъ неважно—убѣждаюсь въ томъ, что у Слуцкаго, Орженцкаго, Леонтовича, Сабанѣева не все, въ указанныхъ направленіяхъ, обстоитъ благополучно, то не вправѣ ли я сдѣлать отсюда выводъ, что имъ слѣдовало бы нѣсколько повременить со своими рѣшительными выступленіями, а что мы, статистики стараго типа, можемъ, пока что, продолжать работать привычными намъ пріемами?. .

Къ той же категоріи кажущихся мелочей относится недоумѣніе—едва ли впрочемъ искреннее—другого моего оппонента И. А. Сабанѣева по поводу моей готовности допустить отсутствіе „принципіальныхъ возраженій“ (ковычки г. Сабанѣева) противъ примѣненія корреляціонныхъ формулъ „У проф. Кауфмана—восклицаетъ мой оппонентъ—нѣтъ принципіальныхъ возраженій противъ метода, который, по его мнѣнію, заставляетъ безъ всякой пользы для изслѣдованія тратить много лишняго времени и можетъ привести къ совершенно невѣрнымъ выводамъ“ (1, 32). Едва ли, однако, мою мысль такъ „трудно понять“, какъ думаетъ г. Сабанѣевъ. По крайней мѣрѣ другой мой оппонентъ, проф. Леонтовичъ, отлично ее понялъ. Чтобы въ этомъ убѣдиться, достаточно прочесть его большое примѣчаніе на 87-ой стр. 4-ой

книги, гдѣ онъ говоритъ о взаимоотношеніи между корреляціонными формулами и теоріей вѣроятностей. Это—какъ разъ одно изъ немногихъ замѣчаній проф. Леонтовича (вѣрнѣе единственное), которая, можетъ быть, заставятъ меня внести нѣкоторыя поправки къ тому, что я писалъ въ моей первой статьѣ; въ частности—къ тому, что я писалъ объ отсутствіи принципіальныхъ возраженій противъ широкаго примѣненія корреляціонныхъ формулъ. Очень можетъ быть, въ самомъ дѣлѣ, что, дѣлая эту оговорку, я слишкомъ далеко шелъ навстрѣчу тому до нельзя упрощенному пониманію смысла корреляціонныхъ формулъ, которое характерно для русской практики корреляціоныхъ вычисленій и которое—какъ будетъ видно изъ дальнѣйшаго—нашло себѣ отчетливую формулировку въ возраженіяхъ г. Сабанѣева. Я оставляю за собою право еще продумать этотъ вопросъ и, можетъ быть, высказаться по поводу него впослѣдствіи. Но неосновательность недоумѣнія г. Сабанѣева по поводу допускаемаго мною „отсутствія принципіальныхъ возраженій“, мнѣ кажется, ясна. Допустимъ, что на химическихъ вѣсахъ отвѣшиваютъ сахаръ или макароны: это будетъ безцѣльно и неразумно,—но противъ этого нельзя привести *принципіальныхъ* возраженій. Допустимъ, что при такомъ взвѣшиваніи „могутъ“ получиться совершенно невѣрные результаты: я скажу, что надо принять мѣры къ устраненію возможныхъ ошибокъ и что не надо примѣнять даннаго пріема взвѣшиванія тамъ, гдѣ ошибокъ нельзя избѣжать,—но это тоже не будутъ *принципіальныя* возраженія противъ примѣнимости вѣсовъ. Такъ и въ данномъ спорномъ вопросѣ: я могу думать, что примѣненіе метода корреляціи, во всѣхъ или въ нѣкоторыхъ случаяхъ, безцѣльно, что оно связано съ не окупающими себя затратами вычислительнаго труда; что въ извѣстныхъ случаяхъ оно можетъ приводить къ совершенно неправильнымъ выводамъ. Первое будетъ вопросомъ цѣлесообразности; изъ второго будетъ вытекать необходимость тѣхъ или другихъ поправокъ, необходимость, можетъ быть, въ извѣстныхъ случаяхъ воздерживаться отъ вычисленій корреляціи или отвергать получившіеся результаты. Но ни то, ни другое не будетъ „принципіальнымъ“ возраженіемъ; и на почву принципіальныхъ возраженій я перейду въ томъ лишь случаѣ, если въ полной мѣрѣ учту упомянутыя выше указанія проф. А. В. Леонтовича [1]).

---

[1]) Указанія эти—само собой понятно—не имѣютъ цѣлью расшатать теоретическій или математическій фундаментъ на которомъ зиждется методъ корреляціи. Если проф. Леонтовичъ въ упомянутомъ въ текстѣ примѣчаніи подчеркиваетъ ту связь корреляціонныхъ вычисленій съ теоріей вѣроятностей и въ частности съ закономъ случайныхъ погрѣшностей, которую я счелъ возможнымъ игнорировать, то это именно потому, что для него безусловная примѣнимость какъ формулъ, основанныхъ на законѣ случайныхъ погрѣшностей, такъ и вообще пріемовъ математической статистики,

Существеннѣе два положенія, которыми И. А. Сабанѣевъ начинаетъ и заключаетъ свою статью, и которыя я самымъ рѣшительнымъ

и безусловное превосходство ихъ надъ элементарными пріемами—нѣчто стоящее внѣ и выше всякаго сомнѣнія О «тѣхъ принципіальныхъ сомнѣніяхъ», пока не разрѣшенныхъ, о которыхъ я упоминаю въ первыхъ строкахъ моей первой статьи, проф. Леонтовичъ упоминаетъ лишь въ презрительныхъ ковычкахъ (стр. 87 прим., стр. 89). Для него не подлежитъ сомнѣнію, что теорія вѣроятностей и пріемы статистико-математическаго анализа, въ основѣ которыхъ лежатъ формулы, основанныя на законѣ случайныхъ погрѣшностей, и можетъ, и должна сдѣлаться ходячимъ орудіемъ статистической работы" (39): что „новые методы", быть можетъ, "кое въ чемъ и плохи, но, къ сожалѣнію, они единственно возможные" (93).

Вопросъ о предѣлахъ примѣненія, вообще, „новыхъ пріемовъ", и въ частности—формулъ, основанныхъ на законѣ случайныхъ погрѣшностей, не относится прямо къ предмету настоящаго спора. Я поэтому не вхожу здѣсь въ подробное разсмотрѣніе этого вопроса, отсылая тѣхъ изъ читателей, кто заинтересовался бы моими взглядами по этому болѣе широкому вопросу, къ стр. 148—154 только что появившагося въ свѣтъ 3-го изданія моей книги „Теорія и методы статистики", гдѣ этотъ вопросъ трактованъ съ извѣстною степенью подробности. Здѣсь скажу лишь кратко, что проф. Леонтовичъ слишкомъ легко расправляется съ несоотвѣтствующими математическому катехизису взглядами, и что ему, можетъ быть, пришлось бы поставить въ презрительныя скобки не только „мастеровъ" и подмастерьевъ „статистическаго дѣла" вродѣ меня, но и такихъ математиковъ—*настоящихъ* математиковъ, какъ А. А Марковъ, съ неодобреніемъ отмѣчающій въ своей „Теоріи вѣроятностей", что формулы этой теоріи, исходящія изъ всѣмъ извѣстныхъ предпосылокъ, „примѣняются въ такихъ случаяхъ, гдѣ о выполненіи этихъ условій едва ли приходится говорить", и теоретиковъ ученія о вѣроятностяхъ, вродѣ Криса—кстати сказать, физіолога, какъ и проф. Леонтовичъ; и такихъ первоклассныхъ авторитетовъ математически-обоснованной статистической теоріи, какъ Борткевичъ (чтобы избѣжать длинныхъ цитатъ по не относящемуся непосредственно къ темѣ настоящей статьи вопросу, отошлю читателя къ стр. 146—149 извѣстной монографіи перваго и къ второму очерку изъ не менѣе извѣстныхъ Kritische Betrachtungen Борткевича—главнымъ образомъ, стр. 354 и слѣд. Ему придется поставить въ такія же ковычки и такихъ своихъ видныхъ единомышленниковъ, какъ Yule, опредѣленно признающаго, что „условія равновозможности, независимости и постоянства очень сильно ограничиваютъ область практическихъ случаевъ экономическаго и соціологическаго характера", гдѣ формулы, основанныя на законѣ случайныхъ погрѣшностей, могли бы примѣняться безъ всякихъ измѣненій; какъ Bowley или Forcher, которые придаютъ теоріи погрѣшностей, въ принципѣ, безусловное значеніе, но въ то же время опредѣленно признаютъ, что методы основанной на законѣ случайныхъ погрѣшностей математической статистики пока еще не настолько развиты, чтобы ими можно было широко пользоваться въ области экономики и вообще—соціальной статистики, за исключеніемъ тѣхъ немногихъ областей, гдѣ соціологія непосредственно соприкасается съ біологіей и антропологіей.

Отмахиваясь ковычками отъ моихъ „принципіальныхъ сомнѣній", проф. Леонтовичъ почти не аргументируетъ и своихъ, цитированныхъ выше, категорическихъ утвержденій относительно „единственной возможности" пріемовъ математической статистики. Онъ, въ данномъ случаѣ, въ своемъ правѣ: затрагивая *попутно* вопросъ, не имѣющій прямого отношенія къ предмету спора, онъ могъ бы и вовсе воздержаться отъ какой-бы то ни было аргументаціи. Но у него все-таки есть одинъ аргументъ и одна иллюстрація, и потому, мнѣ кажется, нелишнимъ сказать по поводу нихъ нѣсколько

образомъ отвергаю. Одно, которыми г. Сабанѣевъ заключаетъ свои возраженія: что „дѣйствительно удовлетворяющій отвѣтъ на вопросъ“ о значеніи корреляціонныхъ формулъ для характеристики корреляціонной зависимости „могъ бы быть полученъ лишь путемъ разсмотрѣнія математической стороны различныхъ способовъ вывода коэффиціента корреляціи“ (1, 33) Повторяю—я самымъ рѣшительнымъ образомъ отвергаю это положеніе. Разсмотрѣніе математической стороны вывода той или другой вводимой въ статистику формулы можетъ имѣть рѣшающее значеніе только въ одномъ случаѣ: если оно выяснитъ *негодность* данной формулы или даннаго пріема математической статистики—математическій пріемъ, опороченный математическою критикой, не можетъ имѣть примѣненія въ статистикѣ. Но если математическая апробація формулы или пріема, какъ само собою разумѣется, есть *необходимое* условіе ихъ примѣненія въ статистикѣ, то она отнюдь еще не есть *достаточное* условіе. Сколь бы ни была безукоризненно проведена „математическая сторона“—этимъ ни въ малѣйшей степени не предрѣшается вопросъ о *необходимости* и о *цѣлесообразности* — мало того, даже вопросъ о *допустимости* примѣненія даннаго пріема или данной формулы въ той или другой области статистики. *Здѣсь судья— не математикъ, а статистикъ*; и если въ данной области статистическаго изученія нѣтъ налицо предпосылокъ, лежащихъ въ основѣ данной формулы или даннаго пріема; или если данный, сколь угодно безукоризненный, съ математической стороны, пріемъ не отвѣчаетъ на тѣ вопросы, которые ставитъ себѣ статистикъ, или выясняетъ не то, что требуется выяснить статистику, или даетъ не больше того, что статистикъ въ состояніи выяснить при помощи болѣе простыхъ пріемовъ, то онъ, статистикъ, имѣетъ право и даже обязанъ отвергнуть

словъ. Аргументъ—обычная у математическихъ статистиковъ ссылка на роль „новыхъ методовъ“ въ страховомъ дѣлѣ (89); иллюстрація—сопоставленіе „эмпирическаго“ и интегральнаго, по его терминологіи, пріема въ примѣненіи къ вопросу о размѣрахъ сапогъ для арміи (90—91). На этой иллюстраціи, какъ таковой, я могъ бы и не останавливаться. Отмѣчу только одно: что она относится къ средѣ „солдатской антропологіи“, а антропологія—какъ разъ одна изъ тѣхъ областей, гдѣ примѣнимость „новыхъ пріемовъ“, повидимому, не возбуждаетъ спора. Что касается до ссылки на страховое дѣло, то, во 1-хъ, страховыя предпріятія обезпечиваютъ себя отъ убытковъ не только математическимъ исчисленіемъ ставокъ, но и особыми премиями или прибавками на рискъ; во 2-хъ—роль математическихъ исчисленій въ страховомъ дѣлѣ—если я смѣю вѣрить тому же Борткевичу и тому же Крису (см. у перваго въ цитированномъ выше очеркѣ, а у второго на стр. 239 его монографіи) и вообще не столь безусловна, какъ представляетъ себѣ проф. Леонтовичъ; и въ 3-хъ—изъ того, что „новые пріемы“ нашли себѣ то или другое примѣненіе въ области страхового дѣла, не слѣдуетъ, чтобы они должны были стать ходячимъ орудіемъ во всѣхъ вообще областяхъ статистики и въ частности—въ казуальномъ статистическомъ анализѣ.

этотъ математически безукоризненный пріемъ. Проф. Леонтовичъ для иллюстраціи своихъ воззрѣній приводитъ примѣръ заказа сапогъ для арміи Я считаю поэтому позволительнымъ иллюстрировать мою мысль ссылкою на близкую область практической жизни. Я не знаю, существуютъ ли базирующіеся на тѣхъ или другихъ отдѣлахъ высшей математики пріемы кройки одежды Допустимъ, что они существуютъ, и что они выдерживаютъ строжайшую математическую критику. Изъ этого однако не слѣдуетъ, чтобы практика могла въ одинаковой мѣрѣ примѣнять ихъ къ кройкѣ вещей изъ шелка, тонкаго сукна, бархата, солдатскаго сукна,—къ кройкѣ камергерскаго мундира, смокинга и солдатской шинели А если скроенное математически-безукоризненнымъ пріемомъ платье сидитъ плохо, потому что формула кройки не учла моей сутоловатости и моей впалой груди, или если мой портной гораздо болѣе простымъ эмпирическимъ способомъ можетъ скроить мнѣ такой же хорошій сюртукъ, я откажусь отъ математической кройки и предпочту эмпирически скроенный, но хорошо сидящій и дешевле стоющій сюртукъ моего портного.

Не менѣе рѣшительно—какъ я сказалъ—я отвергаю и другую точку зрѣнія, формулированую въ первыхъ строкахъ статьи г Сабанѣева: „будетъ ли—говоритъ онъ—коэффиціентъ корреляціи примѣняться въ области изученія факторовъ эволюціи, какъ это дѣлаетъ Пирсонъ, или въ области изученія крестьянскаго хозяйства, на которую направлена энергія русскихъ земскихъ статистиковъ— общій смыслъ вопроса о степени связи изучаемыхъ явленій (корреляціи), а потому и о методѣ его рѣшенія, остается тотъ же самый“ (1, 19). Можетъ быть, моя вина, что я въ моей статьѣ трактовалъ вопросъ въ слишкомъ общей формѣ; я слѣдовалъ въ этомъ за тѣми авторами, которыхъ использовалъ и въ той или иной мѣрѣ критиковалъ. Но разъ г. Сабанѣевъ поставилъ вопросъ, что называется, ребромъ, я говорю: нѣтъ,— значеніе методовъ корреляціи зависитъ не только отъ „общаго смысла вопроса о *степени связи* изучаемыхъ явленій“,—связи, которую, какъ будетъ видно изъ дальнѣйшаго, г. Сабанѣевъ понимаетъ какъ какую-то отвлеченную математическую величину, но также и *отъ характера* корреляціонной зависимости, а вмѣстѣ съ тѣмъ—и *отъ характера изучаемыхъ явленій*. Весьма возможно, что явленія эволюціи, изучаемыя Пирсономъ и его школой, и въ самомъ дѣлѣ свободно укладываются въ корреляціонныя формулы; возможно, что *для нихъ* эти формулы даютъ исчерпывающее представленіе о сравнительно несложномъ характерѣ корреляціонной зависимости. И наоборотъ, болѣе чѣмъ вѣроятно, что несравненно болѣе сложныя по своему существу явленія такой области, какъ крестьянское хозяйство, вовсе не укладываются или плохо укладываются въ формулы корреляціи; что въ

этой области коэффиціенты корреляціи и вычисленные по корреляціоннымъ уравненіямъ ряды даютъ весьма недостаточное и даже неправильное представленіе о силѣ и характерѣ корреляціонной зависимости. Если бы, значитъ, была доказана безусловная пригодность формулъ корреляціи для изученія явленій біологической эволюціи, или даже такихъ, непосредственно соприкасающихся съ біологіей, сторонъ соціальной жизни, какъ ростъ и другіе физическіе признаки, число дѣтей и т. п.,—то изъ этого еще ничего не слѣдовало бы по отношенію къ области крестьянскаго хозяйства и другимъ подобнымъ. И наоборотъ: отъ безусловной—если бы таковая была доказана—непригодности формулъ корреляціи въ той или другой изъ болѣе сложныхъ областей соціальной жизни нельзя было бы ничего заключать относительно непригодности ихъ для изученія явленій эволюціи. Впрочемъ, и самъ г. Сабанѣевъ не выдерживаетъ формулированной имъ же въ первыхъ строкахъ его статьи абсолютной точки зрѣнія,—въ дальнѣйшемъ онъ и самъ подчеркиваетъ, что „выборъ между мѣрой и числомъ, съ одной стороны, и съ описаніемъ и впечатлѣніемъ, съ другой“;—или конкретнѣе, въ примѣненіи къ занимающему насъ вопросу, между корреляціонными формулами и „статистическимъ глазомѣромъ“ „долженъ обусловиться.. самою областью изслѣдованія“ (1, 32—33).

Еще одно небольшое замѣчаніе къ постановкѣ спорнаго вопроса. Г. Сабанѣевъ не довольствуется, съ моей стороны, доказательствомъ, что „коэффиціентъ корреляціи *вообще* (курсивъ его) ничего не прибавляетъ къ „глазомѣрной прикидкѣ“ и „элементарнымъ пріемамъ“,—онъ требуетъ отъ меня доказательства того, что *никакое* (курс. мой) сопоставленіе такихъ коэффиціентовъ не можетъ представить ни практическаго, ни теоретическаго интереса“ (1, 29). Думается мнѣ, что это значитъ, говоря попросту, валить съ больной головой на здоровую; или выражаясь болѣе книжно—безъ достаточнаго основанія сваливать съ себя „onus probandi“: если г Сабанѣевъ и его единомышленники хотятъ убѣдить насъ, статистиковъ обычнаго типа, въ превосходствѣ пропагандируемыхъ ими корреляціонныхъ вычисленій, то *не мы* должны доказывать, что *никакое* сопоставленіе коэффиціентовъ корреляціи никогда и *ни при какихъ* обстоятельствахъ не можетъ представлять никакого интереса, а *они*, пропагандисты корреляціонныхъ вычисленій, должны, и притомъ *не только словомъ*, *но и дѣломъ*, *результатами своихъ работъ* убѣдить насъ въ томъ, что корреляціонные коэффиціенты и ихъ сопоставленія могутъ представлять для насъ, статистиковъ, существенный теоретическій либо практическій интересъ.

Перехожу теперь къ разсмотрѣнію наиболѣе существенной части возраженій моихъ оппонентовъ—проф. А. В. Леонтовича и И. А. Сабанѣева.

Одно изъ заключительныхъ положеній моей первой статьи, какъ помнятъ читатели „Статистическаго Вѣстника", было: „вычисленіе корреляціонныхъ формулъ представляетъ собой"—во всякомъ случаѣ—слишкомъ суммарный и шаблонный способъ характеристики корреляціонной зависимости, а потому ни въ какомъ случаѣ не можетъ устранить необходимости въ примѣненіи приспособленныхъ къ условіямъ и требованіямъ каждаго даннаго случая элементарныхъ пріемовъ статистическаго анализа". Одинъ изъ моихъ оппонентовъ, проф. Леонтовичъ, какъ мы видѣли, полагаетъ, напротивъ, что „методъ корреляціи гораздо шире, многограннѣе изображаетъ явленіе, чѣмъ методъ „элементарныхъ пріемовъ" Доказательства этому категорически формулированному положенію мы у г. Леонтовича не находимъ—я не могу признать за такое доказательство проведеннаго проф. Леонтовичемъ на одномъ примѣрѣ, и притомъ взятомъ изъ области, весьма близко соприкасающейся съ сферою чистой біологіей (соотношеніе плодовитости матерей и дочерей) вычисленія „теоретическаго" ряда, дающаго близкій къ вычисленному мною эмпирическому ряду результатъ. Нѣкоторый отвѣтъ на вопросъ о томъ, какъ понимать эту „широту" и „многогранность". мы находимъ у другого моего оппонента—г. Сабанѣева. Я на рядѣ примѣровъ стараюсь доказать, что коэффиціентъ корреляціи *не* вскрываетъ тѣхъ тенденцій, которая легко обнаруживаются помощью элементарной обработки статистическихъ рядовъ. „Насколько это констатированіе"—отвѣчаетъ на это г. Сабанѣевъ: (констатированіе такихъ тенденцій)—„не касается вопроса о степени корреляціи, оно, конечно, не можетъ служить доводомъ противъ примѣненія корреляціонныхъ коэффиціентовъ, такъ какъ.. корреляціонные коэффиціенты предназначены для опредѣленія степени корреляціи, а не чего-либо иного" (1, 30). Но вѣдь это—именно то самое, что я утверждаю въ только что процитированномъ моемъ положеніи. Оставимъ на минуту въ сторонѣ вопросъ, что такое „степень корреляціи" въ пониманіи г. Сабанѣева, и допустимъ пока, что коэффиціенты корреляціи съ безукоризненною отчетливостью передаютъ эту „степень". Но, какъ подчеркиваетъ г. Сабанѣевъ, они и не предназначены для „чего-либо иного". Между тѣмъ намъ, статистикамъ, нужно именно это „что либо иное„—намъ нужна *не только „степень"*, но и *самый характеръ* корреляціонной зависимости, который можетъ быть весьма различнымъ при одной и той же „степени",—иначе сказать, при одной и той же близости связи. И если коэффиціентъ корреляціи намъ не выясняетъ этого „чего-либо иного", а исходящія отъ него вычисленія,

въ лучшемъ случаѣ могутъ дать близкій къ эмпирическому теоретическій рядъ, въ случаяхъ же болѣе сложныхъ зависимостей и вовсе не могутъ найти себѣ примѣненія,—значитъ, мы, статистики, изучающіе явленія такъ, какъ они даются жизнью, и въ тѣхъ соотношеніяхъ съ другими, которыя обнаруживаются изъ жизни, такъ-таки *должны* искать какихъ-то другихъ пріемовъ выясненія характера зависимости или точнѣе—*должны* пользоваться старыми, эмпирическими пріемами. Для насъ, статистиковъ, изучающихъ жизненную дѣйствительность, корреляціонныя вычисленія такъ-таки *не могутъ* устранить необходимости приспособленныхъ къ условіямъ каждаго даннаго случая элементарныхъ пріемовъ. Г. Сабанѣевъ „не жалѣетъ“ о томъ, что „цифровые обобщенные измѣрители“ „не выражаютъ всѣхъ случайныхъ особенностей цифръ. Это—говоритъ онъ—одно изъ ихъ преимуществъ, а не недостатокъ. И если даже—продолжаетъ онъ,—интересующую насъ особенность цифръ (въ данномъ конкретномъ примѣрѣ волнообразный характеръ) и не считать случайной, то все-же та спеціальная группа измѣрителей, о которой идетъ рѣчь, никогда и никѣмъ не предназначалась для того, чтобы дать представленіе о такихъ особенностяхъ (1, 28). Послѣднія слова приведенной цитаты воспроизводятъ, лишь другими выраженіями, уже разобранную выше мысль г. Сабанѣева, и потому на нихъ я уже останавливатся не буду. Мнѣ важна первая половина цитаты. Коэффиціентъ корреляціи — „цифровой обобщеный измѣритель“, и исключительно, какъ таковой, онъ интересуетъ г. Сабанѣева Волнообразный характеръ ряда—это „случайная особенность цифръ“, которая нисколько не интересуетъ моего оппонента; и если „измѣритель“ не выражаетъ такихъ „случайныхъ особенностей цифръ“, то это не недостатокъ его, а одно изъ его преимуществъ.

Вотъ, значитъ, какъ понимаетъ г Сабанѣевъ, а съ нимъ, надо думать, и другіе пропагандисты корреляціонныхъ формулъ, роль коэффиціента корреляціи, какъ мѣры „степени корреляціонной связи“. Скажу рѣшительно и категорически; пока я дышу и работаю, *какъ статистикъ*, для меня такая точка зрѣнія непріемлема. Статистикѣ нужны не „обобщенные цифровые измѣрители“—нужно не измѣреніе цифровой *„степени связи“ между цифрами*, а нужно *изученіе явленій конкретной дѣйствительности*. Волнообразный характеръ, различные скачки цифръ и т. п. характерныя черты конкретныхъ статистическихъ рядовъ—это для статистика не „случайныя особенности цифръ“, а численное выраженіе именно того конкретнаго склада изучаемаго явленія, именно тѣхъ конкретныхъ причино-слѣдственныхъ отношеній, изученіе которыхъ составляетъ главную и неотъемлемую задачу *статистика*; того конкретнаго склада и тѣхъ конкретныхъ взаимоотношеній, кото-

рые при значительной степени сложности, характеризующей большинство соціальныхъ явленій, въ частности, болѣе или менѣе всѣ тѣ явленія изъ этой области, которыя не соприкасаются непосредственно съ областью біологіи и, въ частности, антропологіи, не могутъ быть уловлены какимъ бы то ни было „цифровымъ обобщеннымъ измѣрителемъ“ и не могутъ быть уложены въ вычисленные на основаніи той или другой аналитической формулы „теоретическіе ряды“. И потому статистикъ, не желающій свести своей роли къ роли простого вычислителя „цифровыхъ измѣрителей“, ни въ какомъ случаѣ не можетъ удовольствоваться вычисленіемъ коэффиціентовъ корреляціи и производныхъ отъ нихъ теоретическихъ рядовъ; для *такого* статистика вычисленіе корреляціонныхъ формулъ не можетъ замѣнить анализа приспособляющимися къ любой конкретной постановкѣ и къ любому конкретному характеру статистическихъ зависимостей элементарными пріемами. „Коэффиціентъ корреляціи—заявляетъ г. Сабанѣевъ, являясь только измѣрителемъ степени связи, существующей между изучаемыми рядами цифръ, не можетъ дать полнаго и всесторонняго представленія „о характерѣ существующей между ними зависимости“ (1, 21). Но признать это—именно и значитъ признать справедливость одного изъ моихъ основныхъ положеній. И какъ примирить это признаніе съ утверждаемою проф. Леонтовичемъ „широтою и многогранностью“, получаемой при помощи корреляціонныхъ формулъ картины,—этого я не понимаю.

Посмотримъ же теперь, что говорятъ мои оппоненты относительно прямой и непосредственной цѣли корреляціонныхъ формулъ—этихъ, по ихъ убѣжденію, объективныхъ и не зависимыхъ отъ субъективныхъ пріемовъ „цифровыхъ измѣрителей“. Долженъ констатировать здѣсь, прежде всего, не совсѣмъ полное согласіе между ними. „Методъ корреляціи и все съ нимъ связанное—говоритъ, какъ мы видѣли, проф. Леонтовичъ—имѣетъ безспорный критерій объективности, объективнаго метода, не зависящаго отъ ловкаго или неловкаго разбиванія на группы и другихъ субъективныхъ пріемовъ“ (4, 92); если коэффиціенты корреляціи расходятся съ показаніями элементарныхъ пріемовъ, это значитъ, что они „разрушаютъ“ выводы, полученные элементарными пріемами; „ставятъ“ эти выводы „на свое мѣсто“. „Это—замѣчаетъ проф. Леонтовичъ, иногда обидно. Однако, это вѣдь не недостатокъ, а достоинство метода; вѣдь плохъ тотъ методъ, который закрываетъ глаза изслѣдователю на его ошибки, а это вѣдь и дѣлаетъ методъ элементарныхъ пріемовъ“ (4, 92—93).

О „разрушительныхъ“ свойствахъ коэффиціента корреляціи я нѣсколько подробнѣе скажу ниже, когда перейду къ соображеніямъ моихъ оппонентовъ по поводу моихъ примѣровъ. Сейчасъ замѣчу по

этому собственно пункту только одно: что проф. Леонтовичъ принимаетъ доказуемое за доказанное; если показанія „числового показателя“ разошлись съ показаніями, полученными элементарнымъ путемъ, основанныя на послѣднихъ заключенія, безъ дальнѣйшихъ разсужденій, тѣмъ самымъ признаются „разрушенными“. Между тѣмъ, именно это и есть спорный вопросъ — именно это то и нужно было доказать.

Къ этому пункту, повторяю, я вернусь. А теперь къ вопросу объ объективности методовъ корреляціи. По утвержденію проф. Леонтовича, объективность эта выражается, между прочимъ, въ независимости „отъ ловкаго или неловкаго разбиванья на группы и другихъ субъективныхъ пріемовъ“. А по утвержденію другого моего– какъ я упоминалъ— не столь рѣшительнаго и безапелляціоннаго оппонента,—Р. М. Орженцкаго, величина коэффиціента корреляціи „зависитъ не только отъ природы связи, но отъ величины взятыхъ для вычисленія интерваловъ. Съ увеличеніемъ интерваловъ путемъ соединенія нѣсколькихъ интерваловъ въ одинъ (сгущенія корреляціонной таблицы) обычно можно повысить коэффиціентъ корреляціи; но возможно получить при этомъ и обратный результатъ; вліяніе конденсированія таблицы на величину коэффиціента зависитъ отъ характера распредѣленія частотъ въ клѣткахъ корреляціоннаго поля“ (4, 97). Какъ согласовать, спрашивается, категорическое утвержденіе проф. Леонтовича съ процитированнымъ только-что указаніемъ проф. Орженцкаго? И правъ, конечно, не первый, а второй. И за доказательствами не приходится далеко ходить—достаточно взглянуть въ статью третьяго моего оппонента И. А. Сабанѣева; мы увидимъ изъ нея, что вычисленный для одного изъ моихъ примѣровъ ничтожный коэффиціентъ корреляціи, 0,18, при другомъ способѣ группировки цифръ повышается до весьма почтенной величины 0,76 (1, 32). Г Сабанѣевъ—какъ мы увидимъ—приводитъ это обстоятельство въ числѣ возраженій противъ меня. Но все-таки—какъ же говорить послѣ этого о независимости коэффиціента корреляціи отъ пріема группировки?

Одинъ изъ центральныхъ пунктовъ моей критики корреляціонныхъ формулъ—это тотъ субъективный моментъ, та болѣе или менѣе сильная неопредѣленность, которая приносится въ показанія коэффиціента корреляціи необходимостью разсматривать его въ связи съ его среднею ошибкою, взятою, притомъ, съ тѣмъ или другимъ коэффиціентомъ,— и этотъ центральный пунктъ является вмѣстѣ съ тѣмъ однимъ изъ центровъ возраженій моихъ оппонентовъ. Прежде всего, и И. А. Сабанѣевымъ, и А. В. Леонтовичемъ предъявляются отводы противъ моихъ соображеній. Одинъ изъ нихъ, принадлежащій г. Сабанѣеву: что „возможность вычислить ошибки не только не уменьшаетъ, но даже

увеличиваетъ значеніе коэффиціентовъ корреляціи, особенно по сравненію съ „глазомѣрною прикидкою“, при которой мы совершенно не получаемъ никакой мѣры даже для степени связи статистическихъ рядовъ„ (1, 22). „Возраженіемъ Кауфмана—говоритъ проф. Леонтовичъ можно было бы придать значеніе только въ томъ случаѣ, если забыть, что и средняя ариѳметическая опредѣляется тоже съ ошибкой, имѣющей всѣ свойства и ту же зависимость отъ наблюденій, какъ и ошибка коэффиціента корреляціи“ (4, 84—85). И еще опредѣленнѣе въ другомъ мѣстѣ; „то же возраженіе Кауфманъ можетъ сдѣлать не только коэффиціенту корреляціи, но и любой величинѣ, оцѣниваемой съ точки зрѣнія теоріи вѣроятностей, и прежде всего столь всюду принятому среднему ариѳметическому, безъ котораго вѣдь и статистика по элементарнымъ пріемамъ немыслима“ (33). Оба эти отвода—рѣшаюсь сказать—бьютъ мимо цѣли.„ Глазомѣрная прикидка“, вообще элементарные пріемы не задаются цѣлью дать *мѣру* и въ особенности—дать мѣру той, чисто ариѳметически понимаемой „степени связи“, которая одна только интересуетъ г. Сабанѣева, а по его свидѣтельству исчерпываетъ и весь смыслъ коэффиціента корреляціи. А возможность измѣрять ошибку была бы въ самомъ дѣлѣ преимуществомъ корреляціонныхъ вычисленій, если бы въ основу такого измѣренія клалась, въ самомъ дѣлѣ, объективная, независимая отъ субъективнаго воззрѣнія, мѣра А этого—мы сейчасъ увидимъ—нѣтъ. Не лучше обстоитъ со ссылками проф. Леонтовича на среднюю ариѳметическую, поскольку таковая используется элементарною статистикой: эта послѣдняя не задается вовсе цѣлью нахожденія тѣхъ неподдающихся эмпирическому опредѣленію „истинныхъ“ или „наиболѣе вѣроятныхъ“ величинъ“, которыя находятъ себѣ въ ариѳметической средней лишь приближенное, снабженное нѣкоторою ошибкой, изображеніе. Средняя въ элементарной статистикѣ—просто обобщенное выраженіе эмпирической дѣйствительности, и поскольку элементарная статистика прибѣгаетъ къ вычисленію средней ошибки, она дѣлаетъ это не для выясненія степени „истинности“ средней, а для опредѣленія степени фактической колеблемости статистическаго ряда; среднее отклоненіе для элементарной статистики—*не мѣра истинности* средней, а дополнительное къ ней средство суммарной характеристики эмпирически даннаго склада массоваго явленія.

Однако, проф. Леонтовичъ не ограничивается такого рода „отводомъ“ противъ моихъ указаній на значеніе средней ошибки коэффиціента корреляціи,—онъ сравнительно подробно входитъ и въ существо вопроса. Позволю себѣ сказать: болѣе подробно, нежели это являлось бы необходимымъ по существу дѣла. Едва ли, въ самомъ дѣлѣ, настояла необходимость въ полемической статьѣ, направленной противъ

лица, предполагаемаго до извѣстной степени освѣдомленнымъ въ основахъ теоріи статистики, и предназначенной для читателей, относительно которыхъ обязательно то же предположеніе, разъяснять понятія средней и „вѣроятной“ ошибки и, для вящей вразумительности, вычерчивать „Гауссову кривую“ или „полигонъ“; едва ли нужно было считаться и съ возможностью нелѣпаго предположенія, что „дѣйствительное значеніе величинъ колебалось бы въ указанныхъ предѣлахъ“—въ предѣлахъ того или другого кратнаго средней ошибки—„прямо пропорціонально этимъ предѣламъ“, въ каковомъ случаѣ „возможные коэффиціенты уложились бы не въ площадь „полигона“, а въ площадь прямоугольника, т.-е. все равно, могло бы быть при вычисленіи одинаково вѣроятно и—0,1 и 0 и 0,1 и 0,2 и 0,3“ (4, 83—85). Полагаю, что всякому читателю какъ моей статьи, такъ и возраженія проф Леонтовича, и такъ извѣстно, что „опредѣленіе всякой статистической величины“—конечно, поскольку таковая разсматривается подъ угломъ зрѣнія теоріи вѣроятностей—осциллируетъ около значенія a, наиболѣе вѣроятнаго, по такому закону, что мелкія осцилляціи гораздо многочисленнѣе въ указанномъ соотношеніи, чѣмъ крупныя“ (85). Существенно однако, не это, а вотъ что: проф. Леонтовичъ полагаетъ, что я „затронулъ вопросъ, который рѣшенъ, условно, правда, давнымъ-давно, еще Гауссомъ“ Рѣшеніе это вотъ какое: „если вычислена какая-либо средняя величина a и найдена ея средняя ошибка σ, то конечнымъ результатомъ считается не $a\pm 3\sigma$ и не $a\pm 2\sigma$, какъ предлагаетъ Кауфманъ, а $a\pm{}^2/_3\sigma$, т -е. $a\pm$ ея вѣроятная ошибка“; въ частности, и при вычисленіяхъ коэффиціента корреляціи изслѣдователь „долженъ пользоваться вѣроятною ошибкой, какъ характеристикой достовѣрности, терпѣливо ожидая, если это возможно, отъ другихъ аналогичныхъ изслѣдованій подтвержденія достовѣрности или недостовѣрности коэффиціента корреляціи“ (85). Два слова только по поводу этой послѣдней оговорки: какъ ее примирить съ утвержденіями относительно „объективности“, непререкаемости показаній „числового измѣрителя“? Вѣдь и мы, элементарные статистики, въ сомнительныхъ случаяхъ „терпѣливо ждемъ“ подтвержденія нашихъ, не претендующихъ на объективность, заключеній... Но главное: совершенно непонятно, *почему* мы должны пользоваться, при корреляціонныхъ вычисленіяхъ, *именно „вѣроятною“* ошибкой, иначе сказать—величиною, равною двумъ третямъ (или, точнѣе, 0,6744ч) средней ошибки? Вѣдь, „вѣроятная“ ошибка—это тотъ предѣлъ, по обѣ стороны котораго располагаются ровно *по половинѣ*—по 50%—отклоненія отъ „наиболѣе вѣроятной“, иначе сказать, отъ истинной величины. Но соотвѣтствующая такому распредѣленію отклоненій вѣроятность, равная половинѣ, характеризуетъ *сомнительность* даннаго событія (Власовъ), или въ интересующемъ насъ случаѣ—*сомнительность* того,

будетъ ли истинная величина коэффиціента корреляціи лежать по одну или по другую сторону даннаго предѣла. Для меня весьма сомнительно, можетъ ли статистикъ, оперирующій методами корреляціи, успокоиться на такомъ „сомнительномъ“ результатѣ. И мнѣ думается, что правъ не проф Леонтовичъ, предлагающій исходить при сужденіи о степени достовѣрности коэффиціента корреляціи изъ „вѣроятной“ ошибки, а правы тѣ, кто требуетъ отъ результатовъ корреляціонныхъ вычисленій болѣе высокой степени достовѣрности и въ соотвѣтствіи съ этимъ предлагаетъ исходить изъ удвоенной 0,95 или даже изъ утроенной средней ошибки. Допустимъ, однако, что я не правъ. Но бѣда въ томъ, что вѣдь считать конечнымъ результатомъ $a \pm 2\sigma$ или $a \pm 3\sigma$ „предлагаетъ“ не Кауфманъ, какъ представляется проф. Леонтовичу. Кауфманъ *ничего* не „предлагаетъ“,—онъ только разсматриваетъ „предложенія“ Yul'я, рекомендующаго брать результаты корреляціонныхъ вычисленій съ утроенною среднею ошибкой, и Слуцкаго, рекомендующаго упятеренную или удесятеренную вѣроятную ошибку. Получается, значитъ, такое положеніе дѣлъ: одинъ, весьма компетентный, пропагандистъ корреляціонныхъ вычисленій, проф. Леонтовичъ, считаетъ возможнымъ „пользоваться“ вѣроятною ошибкою; другіе, не менѣе компетентные—Yule и Слуцкій, предъявляютъ въ данномъ отношеніи вчетверо и впятеро болѣе строгія требованія; а проф. Орженцкій вовсе не учитываетъ ошибокъ, а беретъ коэффиціентъ корреляціи прямо такъ, какъ онъ получается изъ вычисленія. Спрашивается, кто же правъ, и гдѣ же „объективность“ метода корреляціи, разъ среди самихъ его пропагандистовъ оказывается такое рѣшительное разногласіе по вопросу о значеніи получаемыхъ изъ корреляціонныхъ вычисленій результатовъ? Г. Сабанѣевъ успокаивается на томъ, что разногласія по вопросу о величинѣ допустимой для вывода ошибки коэффиціента корреляціи „не относятся къ сферѣ математическаго расчета, а являются субъективной оцѣнкой значенія той или другой вѣроятности, т.-е. принадлежатъ къ области, родственной глазомѣрной прикидкѣ“ (1, 22). Совершенно вѣрно. Но вѣдь статистика интересуетъ *не математическій расчетъ*, а именно *возможность пользоваться* имъ для выводовъ. И если я получилъ, положимъ, $r=0{,}25$ при $n=400$ или $r=0{,}30$ при $n=225$, то долженъ же я знать, могу ли я принять эти цифры, вмѣстѣ съ проф. Орженцкимъ, за дѣйствительное выраженіе степени корреляціонной связи; могу ли я успокоиться, вмѣстѣ съ проф. Леонтовичемъ, на „вѣроятной ошибкѣ“, и, слѣдовательно, считать, что дѣйствительная степень корреляціонной связи заключается въ такихъ, сравнительно узкихъ, предѣлахъ, какъ 0,218 и 0,282 въ первомъ, 0,26 и 0,34 во второмъ случаѣ, или долженъ, вмѣстѣ съ Yul'емъ, считаться съ возможностью утроенной средней ошибки и,

значитъ, допускать, что дѣйствительная степень корреляціонной связи можетъ колебаться въ первомъ случаѣ между и 0,109 и 0,391, во второмъ между и 0,12 и 0,48.

Г. Сабанѣевъ соглашается съ тѣмъ, что для нѣкоторыхъ случаевъ (низкій r при маломъ n) коэффиціенты корреляціи недостаточно надежны, но настаиваетъ на томъ, что „возможность разногласій при оцѣнкѣ значенія вѣроятной ошибки коэффиціентовъ корреляціи наступаетъ лишь при извѣстныхъ условіяхъ, которыя во многихъ случаяхъ отсутствуютъ“ (1, 22); что „число показаній не только можетъ оказаться, но и фактически нерѣдко оказывается достаточнымъ для опредѣленія коэффиціента корреляціи съ соотвѣтствующей точностью“ (23), и ссылается на вычисленія Пирсона, получившаго не мало коэффиціентовъ корреляціи, удовлетворяющихъ и гораздо болѣе строгимъ требованіямъ, чѣмъ какія формулированы Yul'емъ или Слуцкимъ“. „Вотъ именно въ этихъ случаяхъ,—полагаетъ г. Сабанѣевъ,—коэффиціентъ корреляціи получаетъ особое значеніе“ (22).

Такъ ли это? Я позволяю себѣ въ этомъ усумниться. Удовлетворяющій строгимъ требованіямъ и, значитъ, не возбуждающій никакихъ сомнѣній коэффиціентъ корреляціи можетъ или разойтись, или сойтись, по смыслу, съ результатами изслѣдованія элементарными пріемами. Перваго случая я коснусь нѣсколько ниже,—сейчасъ возьму болѣе обычный случай,—когда указанія коэффиціента корреляціи по смыслу совпадаютъ съ результатами изслѣдованія глазомѣрными пріемами,—когда, напримѣръ, и тѣмъ, и другимъ путемъ установлена наличность сильно выраженной корреляціонной связи. И въ этомъ случаѣ, — говоритъ г. Сабанѣевъ,—„на глазъ видна не величина“ коэффиціента корреляціи, не то, что онъ равняется 0,987, или, если не учитывать сотыхъ долей,—единицѣ, а то, что онъ очень великъ“ (29). Но это—преимущество въ высокой степени относительное; это именно случай, гдѣ особенно ясно видно, что „выборъ между мѣрой и числомъ, съ одной стороны, и описаніемъ и впечатлѣніемъ—съ другой“, обусловливается не только областью изслѣдованія, какъ думаетъ г. Сабанѣевъ (1, 32—33), но и мыслительнымъ складомъ изслѣдователя, какъ думаю я. Вѣдь коэффиціентъ корреляціи 0,987 получится лишь въ томъ случаѣ, если параллелизмъ рядовъ или зависимость изучаемаго ряда отъ варіацій группового признака выступаютъ съ чрезвычайною отчетливостью; коэффиціентъ корреляціи, положимъ, 0,23 получится въ томъ случаѣ, если параллелизмъ или зависимость едва замѣтны или могутъ быть уловлены лишь послѣ тѣхъ или другихъ преобразованій. И вотъ, мой субъективный складъ, и, думаю, субъективный складъ весьма многихъ статистиковъ таковъ, что цифры 0,23, 0,21, или 0,25 ничего не прибавятъ къ получившемуся изъ элементарнаго анализа предста-

вленію о слабой, цифры 0,987, 0,978 или 0,969– къ представленію о весьма рѣзко выраженной корреляціонной зависимости. Г. Сабанѣеву и, можетъ быть, немалому числу другихъ цифры даютъ больше,—но это именно дѣло ихъ субъективнаго склада.

Перейдемъ теперь къ разбору моихъ примѣровъ, въ который вдаются и А. В. Леонтовичъ и И. А. Сабанѣевъ. Первый останавливается, впрочемъ, только *на одномъ* примѣрѣ, и какъ-разъ на одномъ изъ тѣхъ, которые ближе всего соприкасаются съ областью біологіи: на корреляціи между числомъ дѣтей у матерей и числомъ дѣтей у ихъ дочерей. Я констатирую, какъ-разъ въ этомъ случаѣ, рѣзкое расхожденіе между показаніемъ коэффиціента корреляціи и результатами элементарнаго анализа, и для меня не подлежитъ сомнѣнію, что послѣдніе лучше выражаютъ дѣйствительный характеръ связи между плодовитостью матерей и дочерей, нежели первый. Для проф. Леонтовича это, повидимому, одинъ изъ тѣхъ случаевъ, гдѣ „коэффиціентъ корреляціи разрушаетъ“ получившееся путемъ элементарныхъ пріемовъ представленіе о наличности вполнѣ опредѣленной и отчетливой зависимости. Впрочемъ,—именно только „повидимому“. На стр. 87—88 проф. Леонтовичъ вычисляетъ изъ корреляціоннаго уравненія теоретическій рядъ, который оказывается очень близкимъ къ ряду полученныхъ изъ наблюденія чиселъ. „Гдѣ же основаніе для словъ А. А. Кауфмана,—говоритъ проф. Леонтовичъ,—будто коэффиціентъ корреляціи, вычисленный для даннаго поля корреляціи, и ни къ чему вообще не годится, да не годится даже и для этого поля“ (4, 88). „Что коэффиціентъ корреляціи „ни къ чему вообще не годится“,—этого я не говорилъ; я говорилъ, что онъ даетъ въ данномъ случаѣ совершенно неправильное представленіе о степени зависимости между двумя сопоставленными явленіями. И развѣ я былъ не правъ? Путемъ элементарнѣйшаго изъ элементарныхъ пріемовъ я обнаружилъ, что между сопоставленными явленіями *есть*, и не весьма слабая, какъ отвѣчало коэффиціенту 0,18, а весьма отчетливая корреляціонная зависимость, и вычисленія проф. Леонтовича не опровергли, а подтвердили существованіе такой зависимости. Можно ли, послѣ этого, признать, что r=0,18 даетъ правильную мѣру степени корреляціонной связи? Можно ли, тѣмъ болѣе, признать, что коэффиціентъ корреляціи „поставилъ на свое мѣсто“ выводъ, полученный элементарнымъ путемъ? И не приходится ли, напротивъ, признать, что результаты корреляціонныхъ вычисленій оказались противорѣчащими другъ другу,—отнести, значитъ, данный примѣръ къ числу тѣхъ случаевъ, гдѣ „объективный методъ“, „въ случаѣ его непримѣнимости, самъ себя и побиваетъ нелѣпостью своихъ показаній“ (92). „Годнымъ“ методъ корреляціи оказался, въ данномъ случаѣ, лишь для такого, съ познавательной точки зрѣнія, весьма мало дающаго математи-

ческаго упражненія, какъ вычисленіе теоретическаго ряда, оказавшагося весьма близкимъ къ эмпирическому. Но онъ не далъ бы и такого результата, если бы проф. Леонтовичъ попробовалъ примѣнить его къ какому-либо изъ моихъ примѣровъ, взятыхъ изъ болѣе удаленной отъ біологіи, болѣе сложной области общественныхъ явленій.

Тому же самому примѣру удѣлилъ особое вниманіе и И. А. Сабанѣевъ. Для него причина расхожденія полученнаго мной помощью элементарныхъ пріемовъ результата съ показаніемъ коэффиціента корреляціи—въ „нѣкоторыхъ особенностяхъ“ примѣненнаго мной элементарнаго пріема; дѣло, именно, въ „сопоставленіи выводовъ, полученныхъ не только различнымъ методомъ, но и изъ различныхъ цифръ“,—разница получилась „не потому, что методъ былъ различенъ, а лишь потому, что различны были цифры“; въ доказательство г. Сабанѣевъ вычисляетъ коэффиціентъ корреляціи для вычисленнаго мною ряда среднихъ чиселъ и получаетъ коэффиціентъ корреляціи 0,76,—т.-е., говоритъ онъ, „если взять тѣ самые ряды цифръ, о которыхъ идетъ рѣчь у проф. Кауфмана, то уже нельзя будетъ сказать, что „ничтожная“ величина коэффиціента даетъ въ данномъ случаѣ совершенно неправильное представленіе о степени зависимости между двумя сопоставляемыми рядами“ (1, 31—32).

Признаться, я не понимаю, что значитъ—выводы, полученные „не только различнымъ методомъ, но и изъ различныхъ цифръ“? Я позволяю себѣ думать, что мой выводъ полученъ былъ *изъ тѣхъ же* цифръ, только подвергнутыхъ нѣкоторой, простѣйшей, численной переработкѣ; и я не понимаю, почему я не имѣю права предпринять *такую* переработку цифръ, повторяю,—простѣйшую, мыслимо близко соотвѣтствующую реальному характеру связи между изучаемыми рядами, если все вычисленіе коэффиціента корреляціи сводится именно къ численной переработкѣ, притомъ во много разъ болѣе коренной,—такой переработкѣ, послѣ которой отъ сопоставляемыхъ рядовъ въ ихъ реальномъ видѣ не остается ничего. А если г. Сабанѣевъ, вычисливъ коэффиціентъ корреляціи для вычисленнаго мною ряда среднихъ, получилъ вчетверо болѣе высокую цифру, то не значитъ ли это именно, что не статистическій методъ, какъ со свойственною ему презрительною ироніей замѣчаетъ по моему адресу г. Сабанѣевъ, а корреляціонное вычисленіе „обращается въ извозчика, который везетъ, куда ему прикажутъ“ (31)? Или, иначе сказать, что результаты корреляціоннаго вычисленія всецѣло зависятъ отъ того, какъ сгруппированы подвергаемыя корреляціонному анализу цифры? Не является ли, значитъ, данный примѣръ прекрасною иллюстраціей той будто бы „объективности“ корреляціоннаго метода, „независимости его отъ ловкаго или неловкаго разбиванія ряда на группы“, которую, какъ мы видѣли, проф. Леон-

товичъ объявляетъ главнымъ преимуществомъ корреляціоннаго метода (4, 92)? И не является ли онъ, напротивъ, прекраснымъ подтвержденіемъ того, что пятью страницами дальше говоритъ убѣжденный, но все-таки не ослѣпленный приверженецъ метода корреляціи, проф. Орженцкій, о зависимости коэффиціента корреляціи „не только отъ природы связи, но и отъ величины взятыхъ для вычисленія интерваловъ“ (97)? Не будучи біологомъ, я не рѣшаюсь утверждать,—но мнѣ кажется, что тотъ же примѣръ иллюстрируетъ и другое положеніе проф. Орженцкаго,—положеніе, что „логическій анализъ необходимъ для того, чтобы рѣшить, имѣются ли налицо условія для примѣненія корреляціоннаго вычисленія“ (98): соотношеніе плодовитости дочерей и матерей — едва ли одна изъ тѣхъ *двусторонних*ъ зависимостей, для выясненія которыхъ предназначается коэффиціентъ корреляціи, и потому Пирсонъ, а за нимъ Yule, едва ли были правы, примѣняя корреляціонный методъ для выясненія степени данной связи.

Какъ бы то ни было, однако: если результатъ корреляціоннаго вычисленія, въ самомъ дѣлѣ, зависитъ отъ величины взятыхъ интерваловъ,—если, какъ поясняетъ нѣсколько дальше проф. Орженцкій, интервалы могутъ быть взяты либо „согласно съ природой явленій“, либо „произвольно и формально“, и въ послѣднемъ случаѣ „существующая между явленіями связь можетъ быть затемнена“,—то гдѣ же эта хваленая объективность, гдѣ эта независимость корреляціонныхъ вычисленій отъ субъективныхъ пріемовъ“, которыя такъ подчеркиваютъ ихъ сторонники? Впрочемъ, одинъ изъ моихъ оппонентовъ, г. Сабанѣевъ, и самъ не очень вѣритъ въ эту объективность въ отвѣтъ на мои соображенія о малой надежности вычисленныхъ, въ извѣстныхъ условіяхъ, корреляціонныхъ коэффиціентовъ, онъ указываетъ на то, что „довѣріе къ правильности выводовъ можетъ подкрѣпляться и сопоставленіемъ корреляціонныхъ коэффиціентовъ, полученныхъ для однородныхъ данныхъ“ (23); въ подтвержденіе этой мысли онъ приводитъ цифровой примѣръ, гдѣ отдѣльныя пары коэффиціентовъ не позволяютъ „съ достаточною увѣренностью сдѣлать извѣстнаго вывода, но сопоставляя подобныя цифры не въ одномъ, а въ нѣсколькихъ случаяхъ и наблюдая, что первый ихъ рядъ, хотя и разнится отъ второго на сотыя единицы, но всегда выше второго, можно уже съ достаточною увѣренностью судить о сравнительной степени связи изучаемыхъ признаковъ“ (26). Не то же ли это самое, что дѣлаемъ и мы, элементарные статистики, когда ищемъ подтвержденія нашихъ выводовъ въ результатахъ другихъ аналогичныхъ изслѣдованій? А, между тѣмъ, какъ я сейчасъ вспоминаю, нѣчто подобное говоритъ не только г. Сабанѣевъ, но и другой мой рѣшительный оппонентъ,—проф. Леонтовичъ: рекомендуя руководствоваться при оцѣнкѣ коэффиціентовъ корреляціи вѣроятной ошибкой,

онъ вмѣстѣ съ тѣмъ совѣтуетъ „терпѣливо ожидать, если это возможно, отъ другихъ аналогичныхъ изслѣдованій подтвержденія достовѣрности или недостовѣрности коэффиціента корреляціи“ (4, 85). Не то же ли самое,—спрошу я еще разъ, дѣлаемъ и мы, элементарные статистики? А между тѣмъ, мы ничуть не претендуемъ на математическую непререкаемость и объективность нашихъ выводовъ, когда они основываются на не слишкомъ рѣзкихъ различіяхъ цифръ или на не вполнѣ отчетливо проявляющемся параллелизмѣ сопоставляемыхъ рядовъ.

Я извиняюсь передъ читателемъ, что такъ долго останавливался на одномъ примѣрѣ и къ этому примѣру привязалъ рядъ соображеній болѣе общаго характера Я въ этомъ только слѣдовалъ за моими оппонентами, которые—отмѣчу еще разъ—очень облегчили свою задачу, сдѣлавъ центромъ своихъ возраженій какъ разъ одинъ изъ примѣровъ, ближе всего соприкасающихся съ областью біологіи и антропологіи, гдѣ примѣнимость формулъ, такъ или иначе связанныхъ съ закономъ случайныхъ погрѣшностей, возбуждаетъ наименьшія сомнѣнія, и гдѣ примѣненіе ихъ является, повидимому, наиболѣе плодотворнымъ. Проф. Леонтовичъ о другихъ моихъ примѣрахъ, кажется, даже не упоминаетъ. Г. Сабанѣевъ касается ихъ лишь въ суммарномъ видѣ,—касается ихъ лишь для того, чтобы подчеркнуть „удивительную особенность“ принятаго мною метода рѣшенія вопроса, заключающагося въ сопоставленіи коэффиціентовъ корреляціи съ результатами элементарнаго анализа. „если—такъ формулируетъ г. Сабанѣевъ эту ‹удивительную особенность»,—степень связи въ какомъ-либо примѣрѣ оказывается одинаковой. то вычисленіе корреляціонныхъ коэффиціентовъ проф. Кауфманъ находитъ излишнимъ—оно ничего не прибавляетъ; если же она неодинакова. то это значитъ, по мнѣнію проф. Кауфмана, что коэффиціентъ корреляціи даетъ невѣрное представленіе о связи, т.-е. хуже, чѣмъ излишенъ“. Г. Сабанѣевъ находитъ такой пріемъ аргументаціи „удивительнымъ“. „выходитъ,—восклицаетъ онъ,—что рѣшительно каждый примѣръ можетъ служить доводомъ противъ примѣненія коэффиціентовъ корреляціи, независимо отъ того, каковъ будетъ коэффиціентъ корреляціи и каковы будутъ выводы о степени связи явленій, полученныхъ примѣненіемъ элементарныхъ пріемовъ“ (30—31).

Читатель, можетъ-быть, удивится: да, я всецѣло принимаю эту, по мнѣнію г. Сабанѣева, доводящую мою мысль до абсурда, формулировку моего метода аргументаціи, съ одною только оговоркой: если элементарные пріемы дали вполнѣ отчетливый и убѣдительный результатъ. Я считалъ бы, въ самомъ дѣлѣ, корреляціонныя вычисленія цѣнными, если бы они раскрывали мнѣ наличность, степень, и, главное, характеръ связи въ такихъ случаяхъ, гдѣ я ничего не могу добиться элементарными пріемами, или гдѣ результаты примѣненія послѣднихъ

оказываются сомнительными, недостаточно опредѣленными Но если результатъ элементарнаго анализа достаточно опредѣленный и ясный— да, *въ такомъ* случаѣ *всякій* примѣръ будетъ служить для меня доводомъ противъ корреляціонныхъ вычисленій.

Первый случай: результаты совпадаютъ. Да, говорю я, корреляціонныя вычисленія въ этомъ случаѣ не нужны. Они только цифрою выражаютъ то, что мнѣ вполнѣ выяснилось и безъ цифры. И если сторонникамъ корреляціонныхъ вычисленій цифра и въ такого рода случаяхъ говоритъ больше, чѣмъ разумно обоснованное и—г. Сабанѣевъ это знаетъ—находящее себѣ опору въ принципахъ ученія о вѣроятностяхъ „впечатлѣніе“ отъ соотвѣтственно обработанныхъ рядовъ, иногда даже отъ рядовъ въ ихъ первоначальномъ видѣ, то я говорю: это дѣло вашего субъективнаго склада; мой субъективный складъ и—я думаю—громаднаго большинства статистиковъ не нуждается въ цифровомъ выраженіи вещи, которая, по существу, не есть объективно измѣримая величина. Вотъ, если мнѣ нужно отмѣрить сукна на сюртукъ или пальто, я не положусь на впечатлѣніе, потому что сукно—точно измѣримая вещь, а аршинъ—точная мѣра. А степень и, главное, характеръ связи между рядами и воплощенными въ нихъ явленіями—это вещь, требующая не измѣренія, а описанія. Г. Сабанѣевъ думаетъ сразить меня аргументомъ, что, съ моей точки зрѣнія, „не нужны не только коэффиціенты корреляціи, но и среднія, и относительныя величины,—однимъ словомъ, ничто не нужно, никакіе измѣрители въ статистикѣ“ (1, 27). А я вполнѣ принимаю и этотъ выводъ—съ однимъ лишь добавленіемъ, вполнѣ соотвѣтствующимъ смыслу моихъ воззрѣній на роль коэффиціента корреляціи: да, не нужны—если и поскольку въ вычисленіи ихъ нѣтъ надобности. Мы имѣемъ ряды процентныхъ величинъ: 55—62—58—63—69—59 и 32—31—28—35—26—30. Нужно ли мнѣ вычислить среднія для того или другого ряда, чтобы опредѣленно сказать, что первый даетъ гораздо болѣе высокіе коэффиціенты, нежели второй? Я полагаю—нѣтъ. Или, конкретнѣе: передо мной рядъ погодныхъ цифръ смертности, положимъ, въ Англіи и въ Россіи; или самоубійствъ, допустимъ, въ Ирландіи и въ Баваріи; или выплавки чугуна, скажемъ, въ Россіи и въ Соединенныхъ Штатахъ,—я не привожу ихъ потому, что онѣ извѣстны всякому статистику. Такъ нужно ли мнѣ, спрашивается, вычислять среднія, чтобы сказать, что смертность въ Россіи выше, чѣмъ въ Англіи? самоубійства въ Баваріи чаще, чѣмъ въ Ирландіи? Выплавка чугуна много больше въ Соединенныхъ Штатахъ, чѣмъ въ Россіи? Я полагаю—нѣтъ. Вотъ, если я заинтересуюсь другими вопросами, на которые ряды погодныхъ цифръ въ ихъ первоначальномъ видѣ не даютъ отвѣта, хотя бы, напримѣръ, измѣненіемъ смертности или частоты самоубійствъ во времени,—вотъ тогда мнѣ, въ

самомъ дѣлѣ, *придется* вычислять среднія по пятилѣтіямъ или инымъ періодамъ,—тогда среднія *не* будутъ „не нужны“. Точно также и съ коэффиціентами корреляціи: они мнѣ не нужны, пока они ничего не прибавляютъ къ тому, что я знаю и безъ корреляціонныхъ вычисленій. Докажите мнѣ, что они даютъ больше, и я признаю ихъ необходимость. Единственное, въ чемъ можно искать этого „больше“, это,—какъ подчеркивать проф. Орженцкій,—вычисленіе теоретическихъ рядовъ изъ корреляціонныхъ уравненій: сравненіе ихъ съ эмпирическими средними или методами „даетъ возможность прослѣдить развитіе зависимости не менѣе точно, чѣмъ по способу“, которымъ пользуюсь я, „но съ бо́льшей экономіей словеснаго аппарата“ (4, 98). Но, во-1-хъ, такое вычисленіе возможно далеко не всегда, а только въ сравнительно простыхъ случаяхъ. А, во-2-хъ, оно, все-таки, *ничего не прибавляетъ* къ тому, что даетъ намъ изученіе эмпирическаго ряда; „теоретическій рядъ,—поясняетъ И. А. Сабанѣевъ по поводу одного изъ разобранныхъ мною примѣровъ, взятаго изъ „Урожая ржи“ Р. М. Орженцкаго,—былъ вычисленъ, вѣроятно, потому, что нѣкоторые изъ читателей, для которыхъ писалъ проф. Орженцкій, предпочитаютъ бо́льшую наглядность сопоставленія, которая и достигается такимъ путемъ“ (1, 29). Дѣло, значитъ, въ „мыслительномъ складѣ“ даже не изслѣдователя, а „нѣкоторыхъ изъ читателей“,—т.-е. именно въ томъ обстоятельствѣ, которое я имѣлъ въ виду въ заключительныхъ строкахъ моей первой статьи и значеніе котораго отрицаетъ г. Сабанѣевъ. Я не возражаю противъ того, чтобы „нѣкоторые изслѣдователи“ опредѣленнаго мыслительнаго склада считались съ субъективнымъ мыслительнымъ складомъ „нѣкоторыхъ изъ читателей“; но видѣть въ этомъ соображеніи серьезный аргументъ въ пользу корреляціонныхъ вычисленій рѣшительно отказываюсь,—это не прибавка къ нашему знанію, достигаемому элементарными пріемами. Остается „экономія словеснаго аппарата“,—но это уже окончательно не аргументъ: во-первыхъ, польза отъ такой экономіи чисто субъективна, и, во-вторыхъ, она съ избыткомъ покрывается излишкомъ вычислительной работы.

Второй случай: результаты расходятся. По мнѣнію проф. Леонтовича, это значитъ, что корреляціонное вычисленіе „разрушило“ выводъ, полученный элементарными пріемами, „поставило“ этотъ выводъ „на свое мѣсто“. Съ моей точки зрѣнія—наоборотъ. Кто правъ изъ насъ, и кто не правъ, зависитъ отъ того, чего мы ищемъ. Если намъ важно найти только „цифровой обобщенный измѣритель“; если мы миримся съ тѣмъ, что этотъ измѣритель „не предназначается для того, чтобы дать представленіе о такихъ особенностяхъ“, какъ волнообразный характеръ рядовъ; если мы склонны видѣть въ этихъ особенностяхъ лишь случайныя отклоненія отъ нѣкоторой математической правиль-

ности, и въ игнорированіи этихъ случайныхъ особенностей видимъ „не недостатокъ, а одно изъ преимуществъ“ корреляціонныхъ вычисленій,—мы, конечно, повѣримъ математически правильно вычисленной цифрѣ и не повѣримъ ничему другому. Но если насъ интересуетъ,—какъ, мнѣ кажется, должно интересовать каждаго статистика,—изученіе жизненныхъ явленій и сложившихся въ жизни соотношеній со всѣми ихъ, данными жизнью, существенными особенностями; если смыслъ и характеръ этихъ явленій и соотношеній выяснился для насъ, путемъ элементарнаго анализа, съ недопускающей сомнѣній отчетливостью и опредѣленностью,—мы не повѣримъ „числовому показателю“, а скажемъ „намъ нужна не ваша общая мѣра связи между цифрами, а нужны пріемы, съ достаточною для насъ убѣдительностью раскрывающіе характеръ связи между явленіями.

Проф. Леонтовичъ заканчиваетъ свое возраженіе нѣкоторымъ пожеланіемъ. Закончу пожеланіемъ и я—оно рѣшительно разойдется, конечно, съ пожеланіемъ проф. Леонтовича, но окажется, въ значительной мѣрѣ, въ согласіи съ соображеніями единственнаго изъ моихъ оппонентовъ способнаго къ самокритикѣ,—проф. Орженцкаго. Мои пожеланія таковы: пусть пропагандисты корреляціонныхъ вычисленій какъ слѣдуетъ разберутся въ основныхъ вопросахъ, касающихся значенія и условій примѣнимости корреляціонныхъ вычисленій, смысла и степени достовѣрности получаемыхъ путемъ такого рода вычисленій выводовъ; пусть они, на первый разъ, разберутся хотя бы въ тѣхъ вопросахъ, которые намѣчены въ статьѣ проф. Орженцкаго и къ выясненію которыхъ, судя по его же указаніямъ, только теперь еще дѣлаются первые шаги; пусть они условятся между собою относительно того, слѣдуетъ ли и въ какой мѣрѣ считаться съ ошибками коэффиціента корреляціи; пусть они уяснятъ себѣ, въ какихъ случаяхъ „логическій анализъ,—говоря словами того же Р. М. Орженцкаго,—дѣлаетъ“, и въ какихъ, можетъ-быть, онъ въ самомъ дѣлѣ не дѣлаетъ „ненужнымъ корреляціонное вычисленіе“ (4, 98); пусть они своими работами *докажутъ*, что корреляціонные методы могутъ дать статистикѣ нѣчто цѣнное, чего не даютъ элементарные пріемы, и пусть они до тѣхъ поръ будутъ осторожнѣе со своею пропагандой и особенно со своими призывами къ „лицамъ, не побоявшимся первыхъ, трудныхъ шаговъ примѣненія метода“,—метода, значеніе и условія примѣнимости котораго неясны пока для самихъ его пропагандистовъ И я пожелаю еще, чтобы они забыли ту свою въ корнѣ ложную точку зрѣнія, будто бы „удовлетворяющій отвѣтъ на вопросъ“ о роли корреляціонныхъ вычисленій въ статистикѣ „могъ бы быть полученъ лишь путемъ разсмотрѣнія математической стороны способовъ вывода коэффиціента корреляціи“: *статистика—не математика*, и математическая пра-

вильность того или другого пріема ни въ малѣйшей мѣрѣ не рѣшаетъ вопроса о цѣлесообразности, а тѣмъ болѣе—объ обязательности примѣнія его въ статистикѣ.

P. S. Статья эта была написана еще осенью 1915 г., тотчасъ же по появленіи послѣдней изъ тѣхъ трехъ статей, съ которыми я въ ней считаюсь—статьи И. А. Сабанѣева, но печатаніе ея отлагалось по не вызывавшимъ съ моей стороны возраженій редакціоннымъ соображеніямъ. Послѣ того появились въ свѣтъ еще новые отклики на мою попытку критики корреляціонныхъ пріемовъ; такимъ откликомъ является, прежде всего, статья М. Е. Подтягина „О пріемахъ изученія зависимости явленій", въ 2-й кн „Ст. Вѣстн." за текущій годъ; такимъ же откликомъ, несомнѣнно, является и предисловіе проф. А. А. Чупрова къ вышедшей изъ его семинарія интересной работѣ М. М. Виноградовой „Потребленіе водки въ Россіи и урожай", въ главной своей части посвященное выясненію принципіальнаго значенія корреляціи. Я не имѣю въ данный моментъ времени и возможности подвергнуть мою статью той коренной переработкѣ, какая потребовалась бы, чтобы вплести въ нее и связать съ уже ранѣе написаннымъ мои замѣчанія по поводу этихъ двухъ новыхъ „откликовъ"; не имѣю возможности ни подвергнуть ихъ подробной—если можно такъ выразиться—„антикритикѣ" ни тѣмъ болѣе подробно разсмотрѣть, съ выдвигаемыхъ проф. Чупровымъ точекъ зрѣнія, работу М. М. Виноградовой, а долженъ пока ограничиться немногими краткими замѣчаніями, которыя, съ любезнаго разрѣшенія редакціи, облекаю въ форму настоящаго „постскриптума".

Возраженія М. Е Подтягина на мою статью не менѣе категоричны, нежели возраженія гг. Леонтовича и Сабанѣева, и—при всемъ различіи въ пріемахъ аргументаціи—во всѣхъ, кромѣ одного, пунктахъ и по существу совпадаютъ съ возраженіями названныхъ двухъ авторовъ. Основная точка зрѣнія г. Подтягина—ничѣмъ незамѣнимое значеніе и непререкаемая истинность коэффиціента корреляціи, какъ „обобщеннаго цифрового измѣрителя" „степени связи" между сопоставляемыми рядами; термины эти я беру у г. Сабанѣева, но они вполнѣ соотвѣтствуютъ и мысли г. Подтягина. Г. Подтягинъ только ставитъ вопросъ еще гораздо рѣзче и категоричнѣе, нежели даже г. Сабанѣевъ. „Поскольку—говоритъ онъ на стр. 26—мы говоримъ о связи двухъ данныхъ рядовъ чиселъ,—коэффиціентъ корреляціи отчетливо, ясно, точнѣйшимъ образомъ, безъ малѣйшей ошибки, говоритъ о силѣ этой связи"; если даны два коэффиціента корреляціи—0,54 и 0,57, то „безусловно степень связи (параллелизмъ) второй пары рядовъ меньше (и точно на 0,03), чѣмъ степень зависимости двухъ первыхъ рядовъ". Позволю себѣ замѣтить, прежде всего, что такое пониманіе *безусловнаго*

значенія коэффиціента корреляцій рѣшительно расходится съ практикой корреляціоннаго анализа, которая едва ли когда либо рѣшалась считаться съ такими мелкими различіями, какъ 0,57 и 0,54. Чтобы не ходить далеко, сошлюсь на прошедшую черезъ редакцію проф. А. А. Чупрова работу М. М. Виноградовой, гдѣ совершенно правильно подчеркивается, что „мы не можемъ, *конечно* (курс. мой), придавать значенія небольшимъ различіямъ", если они не повторяются въ достаточно большомъ числѣ аналогичныхъ случаевъ (стр. 82),—иначе сказать, если нѣтъ на лицо тѣхъ самыхъ гарантій, которыя даютъ твердую опору результатамъ элементарнаго анализа. А затѣмъ по существу: да, г. Подтягинъ совершенно правъ, поскольку онъ говоритъ о „связи *двухъ данныхъ рядовъ чиселъ*" (курс. мой),—иначе сказать о рѣшеніи нѣкоторой ариѳметической задачи: задача рѣшена вѣрно, въ рѣшеніи нѣтъ ни малѣйшей ошибки, изъ ея данныхъ нельзя было получить никакого другого „обобщеннаго числового измѣрителя", кромѣ того, который получился. Но значитъ ли это, что полученный коэффиціентъ съ такою же безусловностью измѣряетъ *силу связи между явленіями*, которыя нашли себѣ выраженіе въ цифрахъ? Думаю, что отвѣтить на этотъ вопросъ утвердительно можно было бы только при одномъ допущеніи: что ни въ одномъ изъ единичныхъ случаевъ, изъ которыхъ получились сопоставляемыя числа, не проявлялось безусловно ничего, кромѣ связывающей данныя явленія основной зависимости, имѣющей такую то силу,—никакихъ „случайныхъ причинъ". Не думаю, чтобы г. Подтягинъ сталъ отстаивать такое допущеніе.

Въ аналогичную—думается мнѣ—ошибку г. Подтягинъ впадаетъ и тогда, когда возражаетъ противъ моихъ соображеній по поводу—все того же единственнаго,—Юловскаго или Пирсоновскаго, примѣра съ матерями и дочерьми. Низкій коэффиціентъ корреляціи—полагаетъ онъ—и долженъ былъ получиться въ виду большого разсѣянія цифръ числа дѣтей у дочерей, родившихся отъ каждой данной группы матерей (передаю сущность мысли г. Подтягина въ слишкомъ—можетъ быть—сжатомъ видѣ; читатель сможетъ возстановить ее въ полномъ видѣ, заглянувъ на стр. 21—23 статьи г. Подтягина). Конечно, онъ „долженъ" былъ получиться, разъ онъ получился. Но я позволю себѣ спросить: не долженъ ли былъ бы получиться такой же или даже еще болѣе низкій коэффиціентъ корреляціи при совершенно другой совокупности условій: если бы, напримѣръ, числа второго ряда колебались въ сколь угодно тѣсныхъ границахъ,—напримѣръ, 3 и 7, 4 и 6 и т. д., но если бы между двумя сопоставляемыми явленіями не было бы никакой связи, такъ что среднія во всѣхъ группахъ второго ряда получились бы тождественныя, или очень близкія, или колеблющіяся безъ всякой правильности? Конечно, могъ бы и долженъ

бы. Но если такъ,—если, значитъ, тождественно низкіе коэффиціенты корреляціи могутъ и должны получиться при рѣшительно несходномъ характерѣ связи, то можно ли утверждать, что коэффиціентъ корреляціи даетъ представленіе „о всемъ разнообразіи конкретныхъ случаевъ“? Я думаю—наоборотъ: это—мѣра, сглаживающая подъ одною цифрой самыя различныя по существу статистическія зависимости. А какой смыслъ *для статистика* въ такого рода мѣрѣ,—это для меня, пока что, продолжаетъ оставаться непонятнымъ.

Вѣра г. Подтягина въ абсолютное значеніе коэффиціента корреляціи стоитъ въ прямой связи съ его пониманіемъ значенія средней или „вѣроятной“ ошибки этого коэффиціента. Для тѣхъ конкретныхъ случаевъ, къ которымъ относятся сопоставляемые ряды, связь „строго и точно“ равна 0,3, 0,5 и т. п.,—строго и точно выражается полученнымъ коэффиціентомъ. Вѣроятная или средняя ошибка, по мнѣнію г. Подтягина, необходима лишь постольку, поскольку возникаетъ вопросъ о распространеніи полученнаго изъ конкретнаго матеріала заключенія за предѣлы поля наблюденія,—напримѣръ, о распространеніи „заключенія, полученнаго изъ изслѣдованія 20 крестьянскихъ дворовъ на всю массу крестьянскихъ дворовъ“ (стр. 24—25) Не претендуя на исчерпывающее знаніе литературы вопроса, не могу сказать, принадлежитъ ли такой взглядъ на значеніе коэффиціента корреляціи лично моему оппоненту или нѣтъ. Во всякомъ случаѣ я не встрѣчался съ нимъ ни у одного изъ (правда немногихъ) извѣстныхъ мнѣ авторовъ,—не стоитъ на подобной точкѣ зрѣнія и ни одинъ изъ другихъ моихъ оппонентовъ. И я думаю, что г. Подтягинъ рѣшительно неправъ—онъ безнадежно смѣшиваетъ роль „ошибки“ въ корреляціонныхъ вычисленіяхъ съ ея ролью въ теоріи выборочнаго изслѣдованія. Ну, а если сопоставленные ряды имѣютъ исчерпывающій характеръ,—въ такомъ случаѣ, значитъ, коэффиціентъ корреляціи долженъ быть принимаемъ безъ какой бы то ни было „ошибки“? Да, *долженъ* быть, поскольку рѣчь идетъ, какъ идетъ у г. Подтягина, о рѣшеніи *ариѳметической задачи. Ни въ какомъ случаѣ не можетъ быть*, если имѣть въ виду *не связь между числами*, а *связь между явленіями*: отдѣльныя числа снабжены „ошибками“, вытекающими изъ вліянія „случайныхъ причинъ“; суммируясь, эти индивидуальныя „ошибки“ даютъ ту или иную „сводную“ ошибку въ каждомъ изъ сопоставляемыхъ численныхъ рядовъ, а слѣдовательно, и въ коэффиціентѣ корреляціи. Вычисленіе и показываетъ, какъ велика можетъ быть эта сводная ошибка—*какъ далеко сила связи цифръ могла уклониться отъ силы связи явленій*. Теоретически правильное при методологически-правильной постановкѣ выборочнаго изслѣдованія пониманіе г. Подтягина въ примѣненіи къ коэффиціенту корреляціи приводитъ—да проститъ онъ меня—къ абсурду. Неужели

сколь угодно малая средняя ошибка нѣкотораго—положимъ, высокаго—коэффиціента корреляціи лошадности и посѣвныхъ площадей, получившагося даже не для 20 дворовъ, а для волости, даже уѣзда съ чисто земледѣльческимъ населеніемъ, позволитъ распространить получившійся коэффиціентъ на мѣстности земледѣльческо-промысловыя, чисто промысловыя, на мѣстности съ развитымъ извозомъ, съ самостоятельнымъ развитіемъ коневодства, на районы съ полукочевымъ населеніемъ, на районы съ преобладаніемъ ручной обработки земли? Неужели сколь угодно малая средняя ошибка, получившаяся при сопоставленіи урожайныхъ данныхъ основной и текущей статистики въ губерніи, гдѣ та и другая поставлены отлично, позволитъ распространить получившійся коэффиціентъ корреляціи на губерніи, гдѣ одна изъ нихъ, или гдѣ обѣ эти статистики поставлены посредственно, а тѣмъ болѣе—плохо? Думаю, что эти вопросы достаточно поставить, чтобы отвѣтъ былъ ясенъ самъ собою.

Мнѣ, сверхъ ожиданія, пришлось удѣлить довольно много мѣста соображеніямъ г. Подтягина. Не рѣшаясь слишкомъ злоупотреблять любезностью редакціи и вниманіемъ читателей, я по адресу работы М. М. Виноградовой или точнѣе—предисловія къ ней А. А. Чупрова ограничусь, въ самомъ дѣлѣ, нѣсколькими словами. Поскольку проф. Чупровъ полагаетъ, что „возраженія теоретическаго характера, которыя выдвигаются противъ „математическихъ пріемовъ“ и, въ частности, противъ коэффиціента корреляціи, „покоятся главнѣйше на недоразумѣніяхъ“ (IV), остается ждать, пока уважаемый товарищъ или кто либо другой разсѣетъ эти недоразумѣнія, до тѣхъ же поръ пожелать, чтобы сами сторонники и пропагандисты корреляціонныхъ вычисленій условились между собой относительно ихъ смысла и теоретическаго значенія. Поскольку онъ полагаетъ, что „сомнѣнія въ плодотворности новыхъ методовъ могутъ быть разбиты однимъ лишь способомъ: успѣшнымъ примѣненіемъ этихъ пріемовъ на практикѣ“ (тамъ же),—онъ говоритъ то же самое, что писалъ я въ послѣднихъ строкахъ настоящей моей статьи. Но едва ли правъ А. А. Чупровъ, если онъ думаетъ, что работа М. М. Виноградовой является сколько-нибудь серьезнымъ этапомъ на этомъ пути. Я расчитываю при другомъ случаѣ остановиться на этой работѣ подробнѣе. Сейчасъ скажу лишь кратко. Работа г-жи Виноградовой очень интересна, выполнена въ высшей степени тщательно и свидѣтельствуетъ о немалой аналитической и критической способности автора, вообще дѣлаетъ честь тому семинарію, изъ котораго она вышла. Но я—по крайней мѣрѣ—не нашелъ въ ней никакого непререкаемаго доказательства исключительной плодотворности корреляціонныхъ вычисленій. Проф. Чупровъ указываетъ въ своемъ предисловіи (стр. VII) на тонкія, иначе неуловимыя, различія въ силѣ связи, такъ ярко проступающія въ таблицѣ на

стр. 72—73 работы г-жи Виноградовой. Аналогичныхъ цифръ другимъ путемъ, въ самомъ дѣлѣ, нельзя было бы получить. Но важны вѣдь *не цифры*, а *выводы* изъ нихъ, а между тѣмъ я не нашелъ у г-жи Виноградовой ни одного вывода изъ данной таблицы, котораго нельзя было бы получить элементарными пріемами. Еще меньше даетъ примѣненіе коэффиціента корреляціи въ работѣ г-жи Виноградовой въ томъ направленіи, которое проф. Чупровъ особенно подчеркиваетъ въ своемъ предисловіи (стр. VI—VII),—въ направленіи „выясненія характера связи". Достаточно прочесть хотя бы изложенныя на стр. 79—82 соображенія г-жи Виноградовой по поводу зависимости потребленія водки отъ урожаевъ двухъ смежныхъ лѣтъ, чтобы убѣдиться въ томъ, что примѣненіе корреляціонныхъ коэффиціентовъ въ болѣе сложныхъ случаяхъ ни мало не освобождаетъ изслѣдователя отъ того нащупыванія, „пока что-нибудь выйдетъ", и отъ той шаткости въ выясненіи „характера" или, можетъ быть, лучше сказать, смысла уловленной статистикомъ связи, которую проф. Чупровъ ставитъ въ спеціальный минусъ элементарнымъ пріемамъ.

Еще два слова въ заключеніе. Г. Подтягинъ въ концѣ своей статьи подчеркиваетъ, что „коэффиціентъ корреляціи на всѣ вопросы и не призванъ отвѣчать"; что „онъ призванъ отвѣтить на одинъ частный вопросъ математической статистики" (стр. 32). Проф. Чупровъ подчеркиваетъ, что нельзя „противопоставлять работу головы вдумчиваго „статистика-не-математика" тупому схематизму „математика", увлеченнаго своими формулами и забывающаго за ними объ изслѣдуемыхъ явленіяхъ",—а что „при прочихъ равныхъ условіяхъ всегда достигнетъ болѣе значительныхъ результатовъ тотъ, кто располагаетъ наиболѣе совершенной техникой труда". Бѣда, однако, въ томъ, съ одной стороны, что и въ практикѣ—по крайней мѣрѣ въ извѣстной мнѣ русской практикѣ корреляціонныхъ вычисленій, и въ соображеніяхъ, высказываемыхъ русскими теоретиками и пропагандистами какъ метода корреляціи, такъ и другихъ методовъ „математической статистики", имъ придается именно тотъ характеръ „волшебнаго ключа", отъ котораго отстраняется въ своемъ возраженіи мнѣ г. Подтягинъ; и что, съ другой стороны, та же практика даетъ нѣкоторое право сомнѣваться въ наличности—какъ правило предполагаемыхъ проф. Чупровымъ прочихъ „равныхъ условій": возводимое, къ сожалѣнію, въ самодовлѣющій шаблонъ примѣненіе корреляціоннаго и иныхъ „математическихъ пріемовъ" способствуетъ—я этого очень боюсь—угашенію того живого духа причиннаго статистическаго анализа, безъ котораго совершенная техника слишкомъ часто рискуетъ остаться безплодною.

А. Кауфманъ.

Тво печатня. О. Л. Яковлева.