Ф. ЛИНДЕ.

СТРОЕНІЕ ПОНЯТІЯ

ЛОГИЧЕСКОЕ ИЗСЛѢДОВАНІЕ.

ПЕТРОГРАДЪ.
1915.

ВС 199

2477
26.

Типографія А. В. Орлова, Вас. Остр., Средній пр., № 6.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Въ настоящей статьѣ о строеніи понятія я попытался изложить въ обособленномъ видѣ нѣкоторые изъ результатовъ моихъ логическихъ изслѣдованій, которыя я предполагаю въ недалекомъ будущемъ выпустить въ свѣтъ полностью въ видѣ законченной системы логики *). Главнымъ мотивомъ къ опубликованію статьи о понятіи мнѣ послужилъ тотъ фактъ, что теорія понятія до сихъ поръ еще совершенно не развита ни въ такъ называемой математической логикѣ **), ни въ логикѣ не математическаго направленія. Такъ какъ существующіе взгляды на логику въ существенныхъ пунктахъ расходятся съ моимъ пониманіемъ этой науки, я считаю необходимымъ дать нѣкоторыя относящіяся сюда разъясненія.

За исключеніемъ математической логики, всѣ современныя логическія ученія вводятъ въ логику гносеологическіе элементы; между тѣмъ, предметы логики и гносеологіи различны по существу: предметомъ ло-

*) Эта система представитъ собою основную логическую дедуктивную систему въ точномъ смыслѣ опредѣленія, даннаго въ текстѣ (см. III 3).

**) Глубокомысленно подходитъ къ теоріи понятія Г. Фреге въ своемъ отличеніи смысла термина отъ его значенія и мысли, представляющей содержаніе сужденія, отъ самого сужденія; въ дальнѣйшемъ, однако, онъ идетъ по неправильному пути отожествленія понятія съ классомъ. (G. Frege. Über Sinn und Bedeutung, Zeitschrift für Philos. u. philos. Kritik, 100 Bd.—Grundgesetze der Arithmetik, I 1893, II 1903)

гики служитъ логическое начало міра, предметомъ же гносеологіи — знаніе. Въ то время, какъ гносеологія разсматриваетъ отношеніе актуальной мысли къ объекту знанія, это отношеніе по существу не относится къ логикѣ. Всякая наука должна представлять органическое единство, и поэтому должна быть чистой, т. е. свободной отъ чуждыхъ ей по существу элементовъ Въ этомъ смыслѣ недопустимо раздѣленіе какой бы то ни было науки на чистую и прикладную ея части. «Прикладная логика» можетъ быть чѣмъ угодно, но только не логикой. Такъ, напримѣръ, логика прилагается къ методологіи точныхъ наукъ, но послѣдняя не относится къ логикѣ Съ этой точки зрѣнія на чистоту науки, по причинамъ, выясненнымъ въ текстѣ статьи, я совершенно исключаю изъ логики ученіе о сужденіи и объ умозаключеніи. Этимъ. однако, та область онтологіи, которая относится къ логикѣ, отнюдь не сводится къ одному только ученію о понятіи. Къ логикѣ относится прежде всего ученіе о логическихъ отношеніяхъ, какъ, напримѣръ, ученіе о логическомъ отношеніи основанія и слѣдствія, и вообще ученіе о логическихъ функціональныхъ связяхъ.

Несмотря на развитіе критицизма въ философіи, она обнаруживаетъ до сихъ поръ полную наивность въ одномъ пунктѣ — въ отношеніи къ тому орудію научной мысли, которымъ является рѣчь.

Философы до сихъ поръ (сознательно или безсознательно) принимаютъ догматъ, что рѣчь является вполнѣ пригоднымъ орудіемъ для адекватнаго выраженія всякой научной мысли. Это положеніе приходится считать догматомъ, такъ какъ никѣмъ не дано его обоснованіе. Наоборотъ, примѣръ математики показываетъ, что наука можетъ нуждаться въ способѣ выраженія мысли, существенно отличномъ отъ выраженія ея рѣчью. Глубокимъ заблужденіемъ является

мнѣніе, будто математическіе символы только болѣе удобно и кратко выражаютъ то, что вполнѣ адекватно можетъ быть передано и рѣчью Въ настоящей статьѣ (см. III 1) я впервые точно формулирую то свойство математической символизаціи, которымъ она отличается по логическому своему существу отъ символизаціи рѣчью. Если подойти къ логикѣ безъ упомянутаго догмата, то не трудно убѣдиться, что, несмотря на богатство логическихъ формъ, выражаемыхъ рѣчью, послѣдняя неспособна адекватно передать систему отношеній логическаго міра.

Упомянутое наивное отношеніе къ рѣчи приводитъ, между прочимъ, къ сохраненію въ логикѣ весьма вліятельныхъ въ отрицательномъ смыслѣ неосознанныхъ элементовъ психологическаго характера. На такихъ элементахъ покоится, по моему убѣжденію, традиціонное лжеученіе о субъектѣ и предикатѣ сужденія (см. въ текстѣ III 6).

Осуществившійся въ такъ называемой математической логикѣ переходъ отъ символизаціи логическихъ формъ мысли рѣчью къ математической ихъ символизаціи знаменуетъ собою не преобразованіе орудія мышленія, а переходъ къ новому орудію; такой переходъ вообще невозможенъ безъ достаточнаго волевого импульса, который появляется только на почвѣ вполнѣ осознанной неудовлетворительности стараго орудія мышленія. Не легко, конечно, промѣнять привычное орудіе, которымъ пользуешься съ наименьшей тратой энергіи, на новое, требующее большой ея затраты на одно только освоеніе съ нимъ. Психологически, поэтому, весьма понятно то непріязненное отношеніе къ математической логикѣ, которое обнаруживаетъ большинство ея критиковъ.

Если вникнуть въ историческое развитіе логическаго начала въ точныхъ наукахъ, то появленіе мате-

матической логики оказывается органически вытекающимъ изъ хода этого развитія. По мѣрѣ накопленія осознаннаго логическаго опыта въ точныхъ наукахъ, постепенно осуществлялась систематизація ихъ логическаго начала *). Логика Аристотеля является первой попыткой законченной систематизаціи логическаго начала въ мышленіи, и въ этомъ великое ея историческое значеніе. Система Аристотеля, однако, обнимаетъ только относительно незначительную часть логическаго міра; она аналитична въ узкомъ смыслѣ слова, будучи совершенно лишена конструктивныхъ логическихъ формъ. Тѣмъ самымъ, система Аристотеля должна была оказаться неспособной къ органическому развитію. Логика развивалась независимо отъ этой системы подъ слоемъ чуждыхъ ей элементовъ въ видѣ математики. Прошло болѣе двухъ тысячъ лѣтъ послѣ появленія системы Аристотеля, пока математика выявила нѣкоторую систему своихъ логическихъ конструктивныхъ основъ.

Нематематическая логика (въ установленномъ выше смыслѣ, исключающемъ изъ логики гносеологію) все еще покоится на системѣ Аристотеля съ ея ученіемъ о субъектѣ и предикатѣ сужденія и ея совершенно примитивнымъ ученіемъ о понятіи.

Традиціонное ученіе о понятіи, согласно которому у всякаго понятія имѣется содержаніе, якобы складывающееся изъ отдѣльныхъ признаковъ, въ дѣйствительности приложимо только къ нѣкоторому спеціальному роду сложныхъ понятій о классахъ; къ этому роду относятся, напримѣръ, понятія «равносторонній прямоугольный четыреугольникъ», «красный цвѣтокъ» и т. п. Формальная же сложность понятій другихъ

*) Основныя проблемы этой систематизаціи формулированы мною въ настоящей статьѣ (см. III 5).

родовъ, какъ, напримѣръ, понятій «сторона квадрата», «3 + 2», «бѣлизна», «показатель 5» и т. д., попросту игнорируется традиціоннымъ ученіемъ. Сложныя понятія математики, вродѣ понятія 3 + 2, разсматриваются логикой подъ видомъ какихъ-то «операцій»; не обладая общей теоріей строенія понятія, логика до сихъ поръ тщетно пытается выяснить логическую суть такихъ «операцій», впадая при этомъ обыкновенно въ наивнѣйшій психологизмъ *)

Вообще, логика, основанная на традиціонномъ ученіи о понятіи и сужденіи, совершенно не приложима къ дифференцированному выясненію логическихъ элементовъ научнаго мышленія: при всякой попыткѣ такого выясненія немедленно обнаруживается ея хаотическая безформенность, приводящая къ полной путаницѣ между классами и понятіями, понятіями и ихъ предметами и т. д.

Традиціонное ученіе о понятіи, согласно которому наиболѣе отвлеченныя понятія оказываются самыми бѣдными по содержанію, совершенно не въ состояніи выяснить, какимъ образомъ безконечное многообразіе понятій математики можно построить изъ конечной основной ихъ системы Если бы упомянутое ученіе было правильнымъ, то вся математика сводилась бы къ сплошной тавтологіи.

Для оживленія мертвой пустыни, которой представляется логическій міръ при узко аналитическомъ его пониманіи, нѣкоторые философы пытаются ввести въ него динамически-діалектическое начало. Этотъ пріемъ можетъ быть удаченъ въ смыслѣ маскированія той неспособности къ органическому развитію, которая ха-

*) Такъ, П. Наторпъ опредѣляетъ „операцію“ 1 + 1, какъ означающую „von 1 aus 1 gezahlt“. (P. Natorp. Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften 1910, стр. 134)

рактеризуетъ логику, основанную на системѣ Аристотеля; научная же его цѣнность чисто отрицательная: онъ только увеличиваетъ царящую въ логикѣ путаницу. Логическое міровое начало абсолютно статично; никакіе процессы не относятся къ предметамъ логики, и эти предметы находятся внѣ всякаго противопоставленія чего-либо готоваго чему-либо становящемуся.

Существеннымъ пробѣломъ въ современной математической логикѣ до сихъ поръ является полное отсутствіе въ ней ученія о понятіи. Этотъ пробѣлъ объясняется отношеніемъ между терминами и понятіями при математическомъ способѣ выраженія послѣднихъ, въ силу котораго строеніе термина явно отображаетъ строеніе выражаемаго имъ понятія (см. въ текстѣ III 1). Благодаря этому, математическая логика въ нѣкоторыхъ отношеніяхъ можетъ безпрепятственно развиваться, игнорируя среднее звено, т. е. понятіе, въ сложной связи между терминомъ, понятіемъ и предметомъ понятія, и въ аналогичной связи между терминомъ, понятіемъ и отношеніемъ, выражаемымъ понятіемъ. Тѣмъ не менѣе, связанный съ подобнымъ игнорированіемъ понятія номинализмъ, которымъ грѣшитъ большинство трудовъ по математической логикѣ, далеко не безразличенъ для ея развитія.

Номинализмъ, лишая логику чистоты, такъ какъ онъ на дѣлѣ необходимо связанъ съ отнесеніемъ къ ея предметамъ терминовъ—чувственно воспринимаемыхъ предметовъ, никоимъ образомъ не относящихся къ логическому міру — вмѣстѣ съ тѣмъ препятствуетъ разрѣшенію нѣкоторыхъ ея основныхъ проблемъ. Къ послѣднимъ относится выдвинутая Рёсселемъ *) проблема

*) Bertrand Russell. The Principles of Mathematics (въ главѣ „The contradiction“ и приложеніи).

объ особаго рода логическихъ парадоксахъ, появившихся въ новѣйшее время въ математикѣ.

Въ своемъ капитальномъ трудѣ «Principia mathematica» Уайтхэдъ и Рёссель, правда, пытаются дать разрѣшеніе упомянутой проблемы; однако, разработанная ими съ этой цѣлью чрезвычайно сложная теорія «логическихъ типовъ» покоится на весьма шаткихъ номиналистическихъ основахъ, и въ нѣкоторыхъ отношеніяхъ не соотвѣтствуетъ условіямъ, опредѣляющимъ систему логики, какъ основную логическую дедуктивную систему *).

Математической логикѣ нѣкоторыми ея критиками ставится въ упрекъ, что она считаетъ себя подлинной теоріей, въ то время, какъ ея проблема будто бы состоитъ въ томъ, «чтобы дать инвентарь правилъ и формулъ, при помощи которыхъ было бы возможно сдѣлать болѣе яснымъ обсужденіе и изслѣдованіе истины» **). Такое мнѣніе о математической логикѣ, повидимому, основывается на томъ, что она допускаетъ операціи надъ терминами, приводящія къ положительнымъ результатамъ, и не сопровождаемыя сознаніемъ логическаго смысла этихъ операцій. Однако, слѣдуетъ ли отсюда, что этотъ смыслъ вообще не можетъ быть осознанъ, т. е., что комбинаціи терминовъ математической логики вообще лишены опредѣленнаго логическаго смысла? Никоимъ образомъ. Разъ какія-либо операціи надъ терминами приводятъ къ знанію, то онѣ необходимо связаны со смысломъ, хотя бы этотъ смыслъ

*) Замѣчу, что упомянутая проблема логическихъ парадоксовъ весьма естественно разрѣшается при помощи дифференцированной мною основной логической функціи Ix (ср. въ текстѣ I 5) на почвѣ строгаго различенія терминовъ отъ выражаемыхъ ими понятій.

**) Слова Бенедетто Кроче изъ его статьи «Задачи логики» (Энциклопедія фил. наукъ. Выпускъ первый Логика, стр. 137).

по какимъ-либо причинамъ не входилъ въ сознаніе производящаго такія операціи *). Въ настоящей статьѣ вполнѣ выяснено (см. III 1 и III 3), какимъ образомъ при математической символизаціи понятій можно отвлекаться отъ смысла символовъ Въ математикѣ сплошь да рядомъ открываются новыя понятія, которыя сначала весьма односторонне опредѣляются по нѣкоторымъ связямъ ихъ съ другими, уже извѣстными, понятіями; эта связь выражается въ нѣкоторомъ сложномъ терминѣ открытаго понятія; само понятіе вначалѣ мыслится смутно, затѣмъ все яснѣе, по мѣрѣ многосторонняго проникновенія въ его связи съ другими понятіями. Историческимъ примѣромъ здѣсь можетъ послужить хотя бы понятіе мнимаго числа i съ его сложнымъ символомъ $\sqrt{-1}$.

Впрочемъ, обращеніе съ терминами безъ отчетливаго сознаванія ихъ смысла вовсе не является исключительной привилегіей математики. Если бы логики призадумались, напримѣръ, надъ концептуальнымъ смысломъ грамматически-синтактическаго соединенія «сторона квадрата», они, можетъ быть, уже давно обогатили бы логику одной изъ необходимыхъ формъ всякаго научнаго мышленія.

Отъ математической логики многихъ отпугиваетъ ея формальная сложность. Но въ формальной сложности, связанной полнымъ органическимъ единствомъ, только и выражается сущность логическаго міра

---

*) Если, поэтому, мыслитель свое отношеніе къ логикѣ вообще и матем. логикѣ въ частности можетъ опредѣлить словами Наторпа (loc. cit, стр. 7) „Namlich uns kommt es in der Logik zuerst und zuletzt auf Sinn, auf Verstehen an, während wir frank und frei bekennen, bei jenem ganzen Tun (Говорится о матем. логикѣ. Ф. Л.) nicht viel oder wenig, sondern nichts zu verstehen“, то ему остается только поработать надъ выясненіемъ логическаго смысла тѣхъ операцій, которыхъ онъ не понимаетъ.

Формулы математической логики не только служатъ для изслѣдованія истины, но непосредственно выражаютъ логическія истины, при чемъ эти формулы способны выражать адекватно и такія истины, которыя не поддаются выраженію оборотами рѣчи.

Центральными предметами моей статьи служатъ двѣ открытыя мною логическія категоріи, которыя я называю аппозиціей и аппозиціонной формой; безъ осознанія этихъ категорій, по моему глубокому убѣжденію, невозможна теорія понятія, отвѣчающая современнымъ требованіямъ науки. Около упомянутаго центра я развиваю систему логическихъ связей лишь настолько, насколько это необходимо для выясненія структурныхъ отношеній между формальными и матеріальными элементами сложнаго понятія.

Такъ какъ всякое выдѣленіе нѣкоторыхъ моментовъ изъ полной системы логическихъ началъ, вслѣдствіе строгой органической соотносительности этихъ началъ, всегда предполагаетъ свое дополненіе, то моя статья естественно должна оставить безъ отвѣта значительное количество вопросовъ, могущихъ возникнуть у читателя при ознакомленіи съ нею. Замѣчу еще, что вся развитая мною теорія аппозиціи можетъ быть существенно обобщена въ полной системѣ логики. Моя статья изложена нарочито односторонне (такъ, я въ ней совершенно не пользуюсь основнымъ логическимъ понятіемъ функціи), чтобы не разбивать вниманія читателя.

Легко, конечно, a priori счесть мою теорію за схоластическую формалистику или, по крайней мѣрѣ, за весьма условное, узко спеціальное математическое построеніе, лишенное общелогическаго значенія. Значеніе моей теоріи можетъ выясниться вполнѣ только въ законченной системѣ логики, но кое-что существенное въ смыслѣ ея оцѣнки могутъ дать и тѣ ея при-

ложенія, которыя составляютъ третью часть моей статьи.

Для усвоенія перваго отдѣла второй части статьи, трактующаго о взаимоотношеніяхъ между аппозиціями, аппозиціонными формами и сложными понятіями, читателю слѣдуетъ предварительно прочесть данныя аксіомы, опредѣленія и теоремы, не вникая глубже въ ихъ взаимную связь, а затѣмъ выяснить себѣ эту связь на данной примѣрной схемѣ сложнаго понятія. Встрѣчающіяся въ статьѣ слова «синтезъ», «сложеніе», «приложеніе» слѣдуетъ, конечно, понимать въ неактуальномъ смыслѣ.

Хотя настоящая статья по своему предмету представляетъ чисто логическое изслѣдованіе, я счелъ полезнымъ въ нѣсколькихъ случаяхъ ввести гносеологическія замѣчанія; общій характеръ этихъ замѣчаній опредѣляется интуитивизмомъ, при чемъ въ пониманіи отношенія между интеллектомъ и интуиціей я слѣдую направленію Н. О. Лосскаго, выраженному имъ словами «нѣтъ пропасти между интуиціею и разсудкомъ, такъ какъ самъ разсудокъ интуитивенъ» *).

Ф. Линде.

25 января
1915 г.

*) Н. Лосскій: Интуитивная философія Бергсона. 2 изд. стр. 41.

СТРОЕНІЕ ПОНЯТІЯ.

I. Предварительныя выясненія.

1. Объ отношеніяхъ и ихъ формахъ.

Слово «отношеніе» можно понимать въ двоякомъ смыслѣ: либо въ формальномъ, либо въ матеріальномъ; въ настоящей статьѣ мы имъ пользуемся исключительно въ послѣднемъ смыслѣ, формальный же его смыслъ передаемъ словами «форма отношеній». Въ поясненіе приведемъ слѣдующіе примѣры:

Отношеніе «$2 < 3$» есть отношеніе между числами 2 и 3; отношеніе «$4 < 7$» есть отношеніе между числами 4 и 7; отношенія «$2 < 3$» и «$4 < 7$» имѣютъ общую форму, но они различны, такъ какъ члены перваго отношенія—числа 2 и 3—отличны отъ членовъ второго отношенія — чиселъ 4 и 7. Отношенія «человѣкъ есть мыслящее существо» и «рыбы суть позвоночныя» имѣютъ общую форму; членами перваго отношенія являются классы «человѣкъ» и «мыслящее существо», членами второго—классы «рыба» и «позвоночное». Существуетъ особой формы отношеніе между индивидами «земля» и «солнце» и классомъ «эллипсъ», которое можно выразить предложеніемъ «земля движется по эллипсу вокругъ солнца» Существуетъ особой формы отношеніе между числомъ 5 и функціей $x + y$, выражаемое предложеніемъ «5 есть частное значеніе функціи $x + y$». И т. д.

Для обозначенія формы какихъ-либо отношеній можно пользоваться буквами (такъ называемыми перемѣнными) подобно тому, какъ это принято въ математикѣ для обозначенія функцій. Такъ, напримѣръ, общую форму отношеній «$2 < 3$», «$4 < 7$», «$1 < 4$» и т. п. можно обозначать терминомъ $x < y$.

Въ приведенныхъ выше примѣрахъ мы имѣемъ отношенія двучленныя и трехчленныя. Вообще же отношеніе можетъ обладать n членами, гдѣ n любое натуральное число, не исключая и предѣльнаго случая, что $n = 1$. Формы одночленныхъ отношеній суть свойства членовъ такихъ отношеній. Такъ, напримѣръ, вѣсомость золота и вѣсомость мѣди суть различныя одночленныя отношенія, членами которыхъ служатъ вещества «золото» и «мѣдь»; общая форма упомянутыхъ отношеній представляетъ нѣкоторое общее свойство этихъ веществъ—ихъ вѣсомость. Безконечность класса раціональныхъ чиселъ и безконечность класса вещественныхъ чиселъ суть различныя отношенія, общей формой которыхъ является свойство безконечности (какого-либо класса). Отношенія «$1 = 1$» и «человѣкъ = человѣкъ» суть одночленныя отношенія одной и той же формы, представляющей свойство экзистенціальности (или предметности, тожественности) какого-либо предмета; единственнымъ членомъ перваго отношенія служитъ число 1, а другого — классъ «человѣкъ».

2. *О простыхъ и сложныхъ понятіяхъ.*

Всякое понятіе или просто, или сложно. Сложное понятіе отличается отъ простого тѣмъ, что оно имѣетъ составныя части (по крайней мѣрѣ одну).

Составными частями понятія могутъ быть только понятія (простыя и сложныя). Всякое сложное понятіе имѣетъ по крайней мѣрѣ одну простую составную

часть. Сложное понятіе отлично отъ каждой своей составной части. Если понятіе *b* есть составная часть понятія *a*, а понятіе *c* есть составная часть понятія *b*, то понятіе *c* есть составная часть понятія *a*. Сложныя понятія различны не только по своимъ составнымъ частямъ, но и по роду ихъ синтеза; такъ, напримѣръ, родъ синтеза понятій «красный» и «цвѣтокъ» въ понятіи «красный цвѣтокъ», родъ синтеза понятій «температура» и «солнце» въ понятіи «температура солнца» и родъ синтеза понятій «3» и «2» въ понятіи «3+2» различны.

3. Объ основныхъ формахъ отношеній между понятіями и предметами.

Существуютъ двѣ основныя формы отношеній между понятіями и предметами; для выраженія отношеній, имѣющихъ эти формы, мы соотвѣтственно будемъ пользоваться двумя различными видами предложеній «понятіе *a* означаетъ *b*» и «понятіе *a* выражаетъ *b*».

Одно и то же понятіе не можетъ означать двухъ различныхъ предметовъ. Понятіе *a*, означающее предметъ *b*, мы будемъ называть значащимъ понятіемъ, а означаемый имъ предметъ *b* предметомъ или значеніемъ понятія *a*. Такъ, предметомъ понятія «квадратъ» является тотъ классъ, къ которому принадлежатъ всѣ квадраты и одни только квадраты, но ни одинъ квадратъ не является предметомъ понятія «квадратъ»; предметомъ понятія 3+2 служитъ нѣкоторое натуральное число; и т. д.

Предметомъ понятія можетъ быть любой предметъ. Существуютъ понятія, не означающія никакого предмета — понятія незначащія или безпредметныя, таково, напримѣръ, понятіе наибольшаго натуральнаго числа. Различныя понятія могутъ имѣть общій пред-

метъ; такія понятія называются равнозначащими; такъ, напримѣръ, понятія 4+1, 3+2 и 5—равнозначащи (ихъ общимъ предметомъ служитъ нѣкоторое натуральное число). Объ одномъ и томъ же предметѣ могутъ существовать различныя сложныя понятія, но только одно простое. Всякое простое понятіе значаще.

Понятіе можетъ выражать только отношенія (одно или нѣсколько). Понятіе, выражающее какое-либо отношеніе, мы будемъ называть понятіемъ, имѣющимъ силу.

Если понятіе a имѣетъ силу, и понятія a_1, a_2, ... a_n суть какія-либо простыя составныя части понятія a, то понятіе a выражаетъ отношеніе, членами котораго являются предметы понятій a_1, a_2, . . a_n, и одно только такое отношеніе. Наоборотъ, если понятіе a выражаетъ нѣкоторое отношеніе, то простыя понятія о членахъ этого отношенія являются составными частями понятія a.

Изъ сказаннаго слѣдуетъ:

Если имѣющее силу сложное понятіе имѣетъ одну только простую составную часть, то оно выражаетъ одно только отношеніе; если же такое понятіе имѣетъ болѣе чѣмъ одну простую составную часть, то оно выражаетъ нѣсколько отношеній.

Если, напримѣръ, имѣющее силу сложное понятіе обладаетъ всего двумя простыми составными частями a и b, то оно выражаетъ всего три отношенія, соотвѣтственно комбинаціямъ

$$a,\ b,\ ab;$$

если, далѣе, имѣющее силу сложное понятіе обладаетъ всего тремя простыми составными частями a, b и c, то оно выражаетъ всего семь отношеній, соотвѣтственно комбинаціямъ

$$a,\ b,\ c,\ ab,\ ac,\ bc,\ abc.$$

Такъ, напримѣръ, сложное понятіе «$3+2=5$» выражаетъ:

1) одночленное отношеніе съ членомъ 3, имѣющее форму

$$x+2=5;$$

2) одночленное отношеніе съ членомъ 2, имѣющее форму

$$3+y=5,$$

3) одночленное отношеніе съ членомъ 5, имѣющее форму

$$3+2=z;$$

4) двучленное отношеніе съ членами 3 и 2, имѣющее форму

$$x+y=5;$$

5) двучленное отношеніе съ членами 3 и 5, имѣющее форму

$$x+2=z;$$

6) двучленное отношеніе съ членами 2 и 5, имѣющее форму

$$3+y=z,$$

7) трехчленное отношеніе съ членами 3, 2 и 5, имѣющее форму

$$x+y=z.$$

Всякое простое понятіе a выражаетъ одно только отношеніе, членомъ котораго является предметъ этого понятія, а формою — экзистенціальность, т. е. оно выражаетъ экзистенціальность предмета a (существованіе предмета a).

Существуютъ понятія, не выражающія никакихъ отношеній — не имѣющія силы; таково, напримѣръ понятіе $3<2$.

Если два различныя понятія оба имѣютъ силу, и всякое отношеніе, выражаемое однимъ изъ нихъ, выражается и другимъ, то эти понятія называются равносильными. Такъ, напримѣръ, равносильны понятія

$$3+2=5 \text{ и } 3=5-2.$$

Понятіе можетъ имѣть силу и вмѣстѣ съ тѣмъ не имѣть предмета; таково, напримѣръ, понятіе $2<3$. Всякое же понятіе, имѣющее предметъ, имѣетъ силу; при этомъ равнозначащія понятія могутъ выражать различныя отношенія, если ихъ простыя составныя части различны; такъ, напримѣръ, простое понятіе 5 выражаетъ одно только существованіе числа 5, равнозначащее же съ нимъ понятіе $3+2$ существованія числа 5 не выражаетъ; наоборотъ, послѣднее понятіе выражаетъ нѣкоторое отношеніе между двумя числами 2 и 3 (то же самое, которое выражается понятіемъ $3+2=3+2$), которое не выражается понятіемъ 5.

Мы говоримъ, что предметъ a опредѣляется предметами $a_1, a_2, \ldots a_n$, если существуетъ сложное понятіе о предметѣ a, содержащее въ качествѣ составныхъ частей простыя понятія о предметахъ $a_1, a_2 \ldots a_n$. Пользуясь понятіемъ функціи, вмѣсто этого можно сказать, что предметъ a опредѣляется предметами $a_1, a_2, \ldots a_n$, если существуетъ такая функціи $f(x_1, x_2, \ldots x_n)$ что $a=f(a_1, a_2 \ldots a_n)$.

Весьма естественно сомнѣніе въ томъ, соотвѣтствуетъ ли вообще термину «не имѣющее силы понятіе» нѣкоторый классъ понятій, и не представляетъ ли «не имѣющее силы понятіе» одну только фикцію, объяснимую возможностью произвольнаго комбинированія понятій. Мы не можемъ здѣсь показать логической необходимости существованія не имѣющихъ силы понятій: эта необходимость вполнѣ выясняется только въ полной системѣ логическихъ началъ. Укажемъ

только на то, что классъ не имѣющихъ силы понятій опредѣляется общими логическими свойствами понятій, а не возможностью ихъ произвольнаго комбинированія. Такъ, предложенія «луна движется по кругу» и «луна не движется по кругу» оба выражаютъ понятія: первое—понятіе, не имѣющее силы, второе—понятіе, имѣющее силу; предложенія же «луна безнравственна» и «луна не безнравственна» оба не выражаютъ никакихъ понятій: они лишены концептуальнаго смысла (см. ниже III 7).

Сложныя понятія представляютъ синтезы особой логической категоріи, отношенія—синтезы другой логической категоріи. Сложное понятіе не перестаетъ быть синтезомъ первой категоріи, если ему не соотвѣтствуетъ синтезъ второй категоріи, подобно тому, какъ система прямыхъ на плоскости представляетъ особаго рода синтетическое единство, независимо отъ того, пересѣкаются ли всѣ ея прямыя въ одной точкѣ

Понятіе, не имѣющее силы, само по себѣ не содержитъ никакой лжи. Ложь появляется только тогда, когда понятіе, не имѣющее силы, утверждается, какъ имѣющее силу Категоріи истиннаго и ложнаго принадлежатъ къ категоріямъ актуальныхъ отношеній субъекта къ объекту, и потому относятся къ гносеологіи (а также къ психологіи), а не къ логикѣ.

Классъ понятій есть логическая категорія; какъ вообще предметамъ всѣхъ логическихъ категорій, понятіямъ совершенно чужда актуальность. Поэтому отъ всякаго понятія слѣдуетъ отличать актуальную мысль, содержаніемъ которой является это понятіе. Понятія существуютъ совершенно независимо отъ актуальнаго мышленія.

При мышленіи простого понятія въ сознаніе входитъ предметъ этого понятія: онъ непосредственно переживается мыслящимъ субъектомъ. Это пережива-

ніе можетъ быть болѣе или менѣе полно, отчетливо и чисто (свободно отъ постороннихъ элементовъ), всѣ эти субъективныя различія, однако, не относятся къ понятію, которое мыслится. При мышленіи значащаго сложнаго понятія въ сознаніи можетъ отсутствовать предметъ этого понятія: мысля о предметѣ, мы тѣмъ самымъ еще не мыслимъ этого предмета; въ сложномъ понятіи предметъ только опредѣляется по нѣкоторымъ его связямъ съ другими предметами. Въ видѣ примѣра мы здѣсь можемъ привести слова Канта (Критика чистаго разума): «При ближайшемъ разсмотрѣніи оказывается, что понятіе суммы семи и пяти не содержитъ въ себѣ ничего болѣе, какъ соединеніе обоихъ чиселъ въ одно; тѣмъ самымъ отнюдь еще не мыслится, какое именно число представляетъ это соединеніе. Понятіе двѣнадцати еще никоимъ образомъ не мыслится тѣмъ, что я мыслю только это соединеніе семи и пяти, и сколько бы я не расчленялъ моего понятія о такой возможной суммѣ, все же я никогда не встрѣчу въ немъ числа двѣнадцати» («wenn man es näher betrachtet, so findet man, dass der Begriff der Summe von 7 und 5 nichts weiter enthalte, als die Vereinigung beider Zahlen in eine einzige, wodurch ganz und gar nicht gedacht wird, welches diese einzige Zahl sei, die beide zusammenfasst. Der Begriff von Zwölf ist keineswegs dadurch schon gedacht, dass ich mir bloss jene Vereinigung von Sieben und Funf denke, und, ich mag meinen Begriff von einer solchen möglichen Summe noch so lange zergliedern, so werde ich doch darin die Zwölf nicht antreffen»).

4. О смыслѣ и значеніи терминовъ.

Въ точныхъ наукахъ устанавливается особаго рода однозначная связь (о ней рѣчь подробнѣе будетъ ниже)

между терминами и понятіями этихъ наукъ. Если какому-либо термину въ силу этой связи соотвѣтствуетъ нѣкоторое понятіе, то мы будемъ говорить, что терминъ *a* выражаетъ это понятіе, и понятіе, выражаемое терминомъ *a*, будемъ называть смысломъ этого термина. Если смыслъ какого-либо термина представляетъ собою понятіе значащее, то предметъ этого понятія можно опредѣлить, какъ предметъ смысла этого термина. Предметъ смысла термина мы короче будемъ называть значеніемъ термина. Если терминомъ выражается незначащее понятіе, то, очевидно, онъ лишенъ значенія, хотя обладаетъ смысломъ Для обозначенія смысла какого-либо термина *a* мы пользуемся терминомъ «понятіе *a*». Этотъ терминъ въ свою очередь имѣетъ опредѣленный смыслъ, означающій понятіе *a* и выражающій экзистенціальность понятія *a*.

Для краткости, терминъ «понятіе *a*» мы иногда замѣняемъ знакомъ

$$I a.$$

Различіе между смысломъ и значеніемъ термина ясно, напримѣръ, для термина $3+2$: его смысломъ служитъ понятіе $3+2$, а его значеніемъ — предметъ этого понятія, т. е число $3+2$. Термины $3+2$ и $4+1$ имѣютъ различный смыслъ, но общее значеніе, и т. д.

5 *О сужденіи.*

Такъ какъ предметамъ логики чужда актуальность, то ученіе о сужденіи, какъ объ актѣ, не относится къ логикѣ. Замѣтимъ здѣсь только, что необходимымъ слѣдствіемъ излагаемой нами теоріи понятія является положеніе, что каждое сужденіе однозначно опредѣляется нѣкоторымъ понятіемъ; это понятіе можно на-

звать концептуальнымъ содержаніемъ сужденія. Такъ, концептуальными содержаніями сужденій «2<3», «земля есть планета» «если $a+b=c$, то $a=c-b$» соотвѣтственно служатъ понятія «2<3», «земля есть планета», «если $a+b=c$, то $a=c-b$».

У различныхъ сужденій различныя же концептуальныя содержанія. Сужденіе истинно или ложно, смотря по тому, имѣетъ ли силу его концептуальное содержаніе Въ наукѣ для запечатлѣнія осуществленнаго акта сужденія обыкновенно пользуются письменнымъ изображеніемъ термина, выражающаго концептуальное содержаніе сужденія. (Объ ученіи о субъектѣ и предикатѣ сужденія см. ниже III 6).

6. О группахъ.

Въ математической логикѣ не найти различенія между группой предметовъ (аггрегатомъ, конечной совокупностью) и конечнымъ классомъ Между тѣмъ, всякая группа отлична отъ всякаго класса. Точное обоснованіе этого положенія не относится къ задачамъ настоящей статьи; приведемъ здѣсь только два элементарныя различія между группой и классомъ.

1) Какъ доказано математической логикой, классъ, къ которому принадлежитъ одинъ единственный предметъ (единичный классъ), отличенъ отъ этого предмета. Такъ, напримѣръ, классъ натуральныхъ чиселъ, меньшихъ числа 2, отличенъ отъ числа 1. Наоборотъ, единичная группа, т. е. группа, состоящая изъ одного единственнаго предмета, совпадаетъ съ этимъ предметомъ. Въ настоящей статьѣ, вездѣ, гдѣ говорится о группѣ вообще, а не о множественной (т. е. не единичной) группѣ въ частности, не исключается и тотъ случай, что группа единична.

2) Существуютъ классы, къ которымъ принадлежатъ предметы, въ свою очередь являющіеся классами (еди-

ничными или множественными). Членами же группы не могутъ быть множественныя группы.

Двѣ различныя группы A и B опредѣляютъ новую группу, членами которой служатъ всѣ члены обѣихъ группъ A и B.

Терминомъ этой группы намъ будетъ служить знакъ

$$A \,.\, B$$

(читай: A и B).

Положимъ, для примѣра, что группа A состоитъ изъ членовъ a, b, c, а группа B изъ отличныхъ отъ нихъ членовъ d, g, h, k; тогда группа $A \,.\, B$ состоитъ изъ членовъ a, b, c, d, g, h, k. Имѣемъ

$$A = a \,.\, b \,.\, c,$$

$$B = d \,.\, g \;\; h \,.\, k,$$

$$A \,.\, B = (a \,.\, b \,.\, c) \,.\, (d \,.\, g \,.\, h \,.\, k) = a \;\; b \,.\, c \,.\, d \,.\, g \,.\, h \,.\, k.$$

7. *Объ одночленныхъ и многочленныхъ понятіяхъ.*

Въ знакахъ вида $x \,.\, y$ связка « » точно соотвѣтствуетъ союзу «и». Если какіе-либо знаки x и y имѣютъ опредѣленный смыслъ, то знакъ $x \,.\, y$ также имѣетъ смыслъ. Такъ, знакъ 2 . 3 имѣетъ смыслъ понятія «2 и 3», предметомъ котораго является группа изъ чиселъ 2 и 3; знакъ «$1 < 2 \,.\, 2 < 3$» имѣетъ смыслъ понятія «$1 < 2$ и $2 < 3$», выражающаго опредѣленное отношеніе между числами 1, 2 и 3, и т. д.

Понятіе a называется многочленнымъ, если существуютъ такія понятія x и y, что понятіе a = понятіе $(x \,.\, y)$. Въ противномъ случаѣ понятіе называется одночленнымъ. Въ многочленномъ понятіи $a \,.\, b$ понятія a и b называются его непосредственными составными частями. (Общее опредѣленіе непосредствен-

ной составной части понятія будетъ дано ниже) Понятіе b называется членомъ многочленнаго понятія a, если понятіе b одночленно и существуетъ конечный рядъ S (изъ двухъ членовъ по крайней мѣрѣ), удовлетворяющій условію: «Первымъ членомъ ряда S служитъ понятіе b, а послѣднимъ понятіе a; всѣ члены ряда S, кромѣ перваго, многочленны и каждый предыдущій членъ есть непосредственная составная часть послѣдующаго».

Такъ, напримѣръ, если въ какомъ либо понятіи

$$(k) \qquad (a.b).(c.[d.g])$$

его составная часть d есть понятіе одночленное, то понятіе d есть членъ понятія k, такъ какъ существуетъ рядъ

$$Id,\ I\ (d.g),\ I\ c.(d.g),\ I\ (a.b).(c.\ [d.g]),$$

удовлетворяющій приведенному условію.

Подъ (единственнымъ) членомъ одночленнаго понятія a подразумѣвается само понятіе a.

8. *О групповыхъ сопряженіяхъ.*

Въ качествѣ термина двучленнаго ряда съ первымъ членомъ a и вторымъ членомъ b, мы пользуемся знакомъ

$$a,\ b.$$

Подъ групповымъ сопряженіемъ мы понимаемъ всякую группу двучленныхъ рядовъ

$$(S) \qquad (a_1,\ b_1).(a_2,\ b_2)\ \ldots\ (a_n,\ b_n),$$

удовлетворяющую условію:

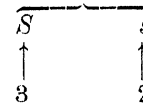
Если первые члены a_k и a_l двухъ членовъ (a_k, b_k) и (a_l, b_l) группы S различны, то вторые ихъ члены b_k и b_l тоже различны, и наоборотъ.

II. Основы теоріи строенія сложныхъ понятій.

1. Аппозиціи, аппозиціонныя формы и сложныя понятія.

Разсмотримъ сначала на примѣрѣ сложнаго понятія 3—2 синтезъ понятій въ сложномъ понятіи. Отмѣтимъ прежде всего, какъ обстоятельство первостепеннаго значенія, что дать составныя части понятія 3—2 (понятіе 3 и понятіе 2) и родъ ихъ синтеза недостаточно для опредѣленія этого понятія: подъ тѣ же данныя, очевидно, подходитъ также понятіе 2 — 3. На вопросъ, чѣмъ отличаются понятія 3—2 и 2—3 въ своемъ строеніи, можно отвѣтить, что составныя части этихъ понятій занимаютъ въ нихъ различныя мѣста: то мѣсто, которое въ понятіи 3 — 2 занимается понятіемъ 3, въ понятіи 2 — 3 занимается понятіемъ 2, и наоборотъ. Если только выраженіе «занимать мѣсто» здѣсь понимать не въ смыслѣ пространственномъ, а въ смыслѣ нѣкоторыхъ отношеній, имѣющихъ логическую форму и аналогичныхъ пространственнымъ, то приведенный отвѣтъ выразитъ сущность разсматриваемаго различія. «Мѣста», занимаемыя въ сложномъ понятіи его составными частями, опредѣляютъ формальныя свойства понятія и относятся къ предметамъ особой логической категоріи; предметы этой категоріи мы будемъ называть аппозиціонными формами, а смыслъ выраженій вида «въ понятіи a мѣсто φ занимается понятіемъ b» будемъ передавать такъ: «въ понятіи a аппозиціонная форма φ приложена къ понятію b».

Понятіе 3 — 2 можно выразить схемою



гдѣ буквами S и s обозначены аппозиціонныя формы, приложенныя здѣсь соотвѣтственно къ понятію 3 и къ понятію 2

«Приложенія» аппозиціонныхъ формъ къ понятіямъ надо понимать, какъ синтезы особаго рода; синтезы этого рода мы и будемъ называть приложеніями или аппозиціями. Въ качествѣ термина для приложенія аппозиціонной формы φ къ понятію a мы будемъ пользоваться знакомъ

$$\varphi\,'a \qquad \text{(читай: } \varphi \text{ ad } a\text{)}$$

Вернемся къ вышеприведенной схемѣ понятія 3 —2. Въ ней выражены двоякаго рода основные синтезы, а именно:

1) приложенія аппозиціонной формы S къ понятію 3 и аппозиціонной формы s къ понятію 2, т. е. аппозиціи $S\,'3$ и $s\,'2$.

2) сложеніе (или сумма) этихъ аппозицій — само понятіе 3—2.

Всякое сложное понятіе представляетъ либо аппозицію, либо сумму аппозицій. Какъ терминомъ суммы аппозицій, заключенныхъ въ множественной группѣ A, мы будемъ пользоватся знакомъ

$$\Sigma A.$$

Такимъ образомъ, для нашего примѣра имѣемъ

$$I\ 3-2=\Sigma\ (S\,'3\,.\,s\,'2).$$

Теперь мы дадимъ систему независимыхъ другъ отъ друга аксіомъ, выясняющую основныя формы отношеній между аппозиціями, аппозиціонными формами и понятіями, а также приведемъ относящіяся сюда опредѣленія и нѣкоторыя слѣдующія изъ этихъ данныхъ теоремы.

Въ законченной системѣ логики всѣ ея основы даются заразъ, въ соотносительной связи; здѣсь же мы предполагаемъ установленными основы логики, и всѣми этими основами выясняемъ нѣкоторыя изъ нихъ Поэтому нѣкоторыя изъ приводимыхъ здѣсь аксіомъ въ полной системѣ логическихъ основъ могутъ оказаться выводными положеніями. Замѣтимъ еще, что, какъ легко убѣдиться, предлагаемая система аксіомъ не единственная возможная.

Предложенія вида $\cdot b$ есть аппозиціонный моментъ понятія a» надо здѣсь понимать, какъ выраженія отношеній особой формы между аппозиціями b и понятіями a, а термины вида φ, χ и $\in \Phi$, какъ выраженія особаго рода понятій объ особаго рода аппозиціонныхъ формахъ; сущность этихъ отношеній, понятій и аппозиціонныхъ формъ выясняется изъ аксіомъ.

Изъ аксіомъ выдѣлимъ слѣдующую, какъ аксіому о формахъ вообще, а не только объ аппозиціонныхъ формахъ

Аксіома 1. Всякая форма тожественна съ классомъ всѣхъ предметовъ, имѣющихъ эту форму.

Эта аксіома должна показаться парадоксальной, если представлять себѣ классъ экстенсивно, на подобіе группы, въ видѣ какого-то собранія или совокупности предметовъ; однако, такое представленіе о классѣ совершенно фиктивно

Аксіома 2. Если $b = \varphi' a$, то b есть аппозиція

Аксіома 3. Если $b = \varphi' a$, то φ есть аппозиціонная форма.

Аксіома 4. Если $\varphi'a = \chi'b$, то $\varphi = \chi$ и $Ia = Ib$

Аксіома 5. Если b есть аппозиція, то существуютъ такая аппозиціонная форма φ и такое понятіе a, что $b = \varphi'a$.

Опредѣленіе 1. Если b есть аппозиція, то та аппозиціонная форма φ и то понятіе a, которыя удовлетворяютъ равенству $b = \varphi'a$, называются соотвѣтственно формой и матеріей аппозиціи b.

Аксіома 6 Если φ есть аппозиціонная форма, то существуетъ аппозиція, имѣющая форму φ.

Аксіома 7. Если a есть аппозиція, то существуетъ понятіе, аппозиціоннымъ моментомъ котораго является аппозиція a.

Аксіома 8. Всякій аппозиціонный моментъ понятія есть аппозиція.

Аксіома 9. Если $\varphi'a$ и $\chi'b$ суть аппозиціонные моменты одного и того же понятія, и понятія a и b различны, то аппозиціонныя формы φ и χ тоже различны.

Эту аксіому иначе можно выразить такъ:

Одно и то же понятіе не можетъ обладать двумя аппозиціонными моментами съ общей формой и различными матеріями.

Опредѣленіе 2. Аппозиціонная форма называется формальнымъ моментомъ понятія a, если она представляетъ форму какого-либо аппозиціоннаго момента понятія a.

Опредѣленіе 3. Понятіе называется составной частью понятія a, если оно представляетъ матерію какого-либо аппозиціоннаго момента понятія a.

Опредѣленіе 4. Понятіе называется сложнымъ, если у него имѣется хоть одинъ аппозиціонный моментъ. Въ противномъ случаѣ понятіе называется простымъ.

Опредѣленіе 5. Аппозиціонной системой называется всякая группа аппозицій, всѣ члены которой суть аппозиціонные моменты одного и того же понятія.

Аппозиціонная система называется аппозиціонной системой понятія a, если всѣ ея члены суть аппозиціонные моменты понятія a.

Замѣтимъ, что не всякая группа аппозицій есть аппозиціонная система

Опредѣленіе 6. Формальной системой называется всякая группа аппозиціонныхъ формъ, всѣ члены которой суть формальные моменты одного и того же понятія Формальная система называется формальной системой понятія a, если всѣ ея члены суть формальные моменты понятія a.

Опредѣленіе 7. Если A есть аппозиціонная система, то формальной системой, соотвѣтствующей системѣ A, называется группа аппозиціонныхъ формъ, состоящая изъ формъ всѣхъ членовъ системы A.

Такимъ образомъ, если

$$A = \omega_1{}'a_1 \ . \ \omega_2{}'a_2 \qquad \omega_n{}'a_n ,$$

то аппозиціонной системѣ A соотвѣтствуетъ формальная система, равная группѣ аппозиціонныхъ формъ

$$\omega_1 \ \omega_2 \qquad . \ \omega_n .$$

Если система A состоитъ изъ одной единственной аппозиціи, т. е., если

$$A = \varphi'a,$$

то аппозиціонная форма φ представляетъ формальную систему, соотвѣтствующую системѣ A.

Аксіома 10. Если $\varphi = \chi ; \psi$, то φ есть аппозиціонная форма.

Аксіома 11. Если $\varphi = \epsilon \Phi$, то φ есть аппозиціонная форма.

Опредѣленіе 8. Аппозиціонная форма φ называется многочленной, если существуетъ такая множественная группа Φ аппозиціонныхъ формъ, что $\varphi = \epsilon \Phi$, въ

противномъ случаѣ аппозиціонная форма φ называется одночленной. Въ первомъ случаѣ члены группы Φ называются членами аппозиціонной формы φ.

Аксіома 12 Если $\varphi = \chi ; \psi$, то χ и ψ суть одночленныя аппозиціонныя формы.

Аксіома 13. Если $\varphi = \breve{\varsigma}\, \Phi$, то Φ есть множественная группа одночленныхъ аппозиціонныхъ формъ.

Аксіома 14. Если $\varphi\,'b$ есть аппозиціонный моментъ понятія a, а $\chi\,'c$ есть аппозиціонный моментъ понятія b, и аппозиціонныя формы φ и χ одночленны, то $\varphi ; \chi\,'c$ есть аппозиціонный моментъ понятія a.

Аксіома 15. Если $\varphi ; \chi\,'c$ есть аппозиціонный моментъ понятія a, то существуетъ понятіе b такого рода, что $\varphi\,'b$ есть аппозиціонный моментъ понятія a, а $\chi\,'c$ есть аппозиціонный моментъ понятія b.

Аксіома 16 Если $\omega = \varphi ; \chi ; \psi$, то $\omega = \varphi ; (\chi ; \psi)$.

Теорема 1 Если $\omega = \varphi ; (\chi ; \psi)$, то $\omega = \varphi ; \chi ; \psi$

Опредѣленіе 9. Аппозиціонная форма ψ называется произведеніемъ аппозиціонной формы φ на аппозиціонную форму χ, если

$$\psi = \varphi , \chi .$$

Аксіома 17. Если множественная группа

$$\omega_1\,'b .\ \omega_2\,'b \ \ldots \ \omega_n\,'b$$

есть аппозиціонная система понятія a, и аппозиціонныя формы $\omega_1 , \omega_2 , \ldots \omega_n$ одночленны, то

$$[\breve{\varsigma}\, (\omega_1 . \omega_2 \ \ldots \ \omega_n)]\,'b$$

есть аппозиціонный моментъ понятія a.

Аксіома 18. Если

$$[\breve{\varsigma}\, (\omega_1 . \omega_2 \ \ldots \ \omega_n)]\,'b$$

есть аппозиціонный моментъ понятія a, то группа

$$\omega_1{}'b \;.\; \omega_2{}'b \quad \ldots \quad \omega_n{}'b$$

есть аппозиціонная система понятія *a*.

Аксіома 19. Если $\varsigma\Phi = \varsigma X$, то $\Phi = X$.

Аксіома 20. Всякая многочленная аппозиціонная форма отлична отъ всякаго произведенія аппозиціонныхъ формъ.

Опредѣленіе 10. Аппозиціонная форма называется первичной, если она одночленна и не представляетъ произведенія аппозиціонныхъ формъ; въ противномъ случаѣ аппозиціонная форма называется производной.

Опредѣленіе 11. Формальная система называется первичной, если она состоитъ изъ однѣхъ только первичныхъ аппозиціонныхъ формъ.

Опредѣленіе 12. Аппозиціонная система называется первичной, если соотвѣтствующая ей формальная система первична

Опредѣленіе 13. Аппозиціонная форма χ называется подчиненной аппозиціонной формѣ φ, если χ есть произведеніе формы φ на какую-либо аппозиціонную форму, т. е, если существуетъ такая аппозиціонная форма ψ, что

$$\chi = \varphi ; \psi$$

Аксіома 21. Если $\chi = \varphi ; \psi$, то формы φ и χ различны.

Аксіома 22. Если $\varphi, \chi = \varphi_1, \chi_1$ и аппозиціонныя формы χ и χ_1 первичны, то $\varphi = \varphi_1$ и $\chi = \chi_1$.

Опредѣленіе 14. Члены какой-либо группы Φ аппозиціонныхъ формъ называются совмѣстимыми между собою, если Φ есть формальная система.

Опредѣленіе 15. Двѣ одночленныя аппозиціонныя формы называются координированными, если онѣ совмѣстимы и ни одна изъ нихъ не подчинена другой.

Одночленная аппозиціонная форма φ и многочленная аппозиціонная форма χ называются координированными, если онѣ совмѣстимы и форма φ координирована всякому члену формы χ.

Двѣ многочленныя аппозиціонныя формы называются координированными, если онѣ совмѣстимы и каждый членъ любой изъ нихъ координированъ каждому члену другой

Опредѣленіе 16. Формальная система называется приведенной, если всѣ ея члены координированы, или, если она состоитъ изъ одной единственной аппозиціонной формы.

Опредѣленіе 17. Формальная система называется совершенной, если она является приведенной и не представляетъ части другой приведенной формальной системы.

Опредѣленіе 18. Аппозиціонная система называется совершенной, если соотвѣтствующая ей формальная система совершенна.

Опредѣленіе 19. Первичная формальная система называется полной, если она состоитъ изъ всѣхъ первичныхъ формальныхъ моментовъ какого-либо понятія.

Опредѣленіе 20. Первичная аппозиціонная система называется полной, если соотвѣтствующая ей формальная система полна.

Опредѣленіе 21. Составная часть b понятія a называется непосредственной его составной частью, если понятіе b представляетъ матерію аппозиціоннаго момента понятія a съ первичной формой.

Аксіома 23 Количество аппозиціонныхъ моментовъ всякаго сложнаго понятія конечно.

Аксіома 24. Если полная первичная аппозиціонная система понятія a тожественна съ полной первичной аппозиціонной системой понятія b, то $Ia = Ib$.

Аксіома 25 Если у двухъ понятій имѣется хоть одинъ общій первичный формальный моментъ, то всѣ первичные формальные моменты у нихъ общіе (т. е они обладаютъ общей полной первичной формальной системой).

Теорема 2. Если φ есть одночленная аппозиціонная форма, то форма φ или первична, или представляетъ послѣдовательное произведеніе изъ конечнаго ряда первичныхъ аппозиціонныхъ формъ, т е., если форма φ не первична, то существуютъ такія первичныя аппозиціонныя формы $\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_n$, что

$$\varphi = \omega_1 ; \omega_2 ; \ldots ; \omega_n .$$

Теорема 3 У всякаго сложнаго понятія имѣется хоть одинъ первичный формальный моментъ.

Теорема 4 Всякое сложное понятіе отлично отъ каждой своей составной части.

Теорема 5 Если понятіе b есть составная часть понятія a, а понятіе c есть составная часть понятія b, то понятіе c есть составная часть понятія a.

Теорема 6. Количество составныхъ частей всякаго сложнаго понятія конечно

Теорема 7. У всякаго сложнаго понятія имѣется хоть одна простая составная часть

Теорема 8. Если у понятій a и b имѣется хоть одна общая совершенная аппозиціонная система, то $Ia = Ib$.

Такимъ образомъ, если A есть совершенная аппозиціонная система, то существуетъ одно (по опр. 5) и только одно (по теор. 8) понятіе a, обладающее системой A; терминомъ, обозначающимъ это понятіе, намъ будетъ служить знакъ

$$\Sigma A,$$

такъ что, если A есть совершенная аппозиціонная система понятія a, то

$$Ia = \Sigma A.$$

Теорема 9. Всякая полная первичная формальная система совершенна.

Теорема 10 Если формальная система Ф представляетъ такую приведенную формальную систему понятія a, которая не является частью другой приведенной формальной системы понятія a, то система Ф совершенна.

Теорема 11 Если формальная система Ф есть приведенная, не совершенная формальная система понятія a, то существуетъ совершенная формальная система понятія a, включающая въ себѣ систему Ф.

На послѣднихъ двухъ теоремахъ основывается слѣдующій способъ нахожденія совершенныхъ формальныхъ системъ даннаго сложнаго понятія a. Находимъ какой-либо формальный моментъ ω_1 понятія a; затѣмъ находимъ какой-либо формальный моментъ ω_2 понятія a, координированный моменту ω_1; далѣе находимъ какой-либо формальный моментъ ω_3 понятія a, координированный уже найденнымъ моментамъ ω_1 и ω_2, и продолжаемъ рядъ $\omega_1, \omega_2 \ldots$ до тѣхъ поръ, пока не прекратится возможность его продолженія на нѣкоторомъ формальномъ моментѣ ω_n понятія a. Тогда найденная группа $\omega_1 . \omega_2 \ldots \omega_n$ представитъ нѣкоторую совершенную формальную систему понятія a.

Положимъ для примѣра:

$$I\ k = \Sigma\ (\nu' a\ .\ \pi' b\ .\ \rho' c)$$
$$I\ a = \Sigma\ (\sigma' d\ .\ \tau' d)$$
$$I\ b = \upsilon' g$$
$$I\ g = \Sigma\ (\psi' h\ .\ \chi' c);$$

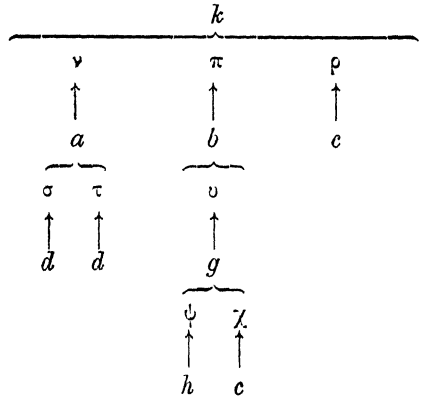
при этомъ предположимъ, что аппозиціонныя формы

$$\nu,\ \pi,\ \rho,\ \sigma,\ \tau,\ \upsilon,\ \psi,\ \chi,$$

первичны, и что понятія

$$c,\ d,\ h$$

просты. Понятіе k можно представить схемою



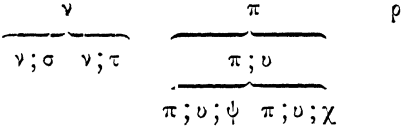
Одночленные формальные моменты понятія k суть. первичные

$$\nu,\ \pi,\rho$$

производные

$$\nu;\sigma,\ \nu,\tau,\ \pi;\upsilon,\ \pi;\upsilon;\psi,\ \pi;\upsilon;\chi.$$

Ихъ расположеніе можно представить схемою



гдѣ аппозиціонныя формы, изображенныя подъ скобками, подчинены изображеннымъ надъ тѣми же скобками.

Многочленные формальные моменты понятія k суть:

$$\varsigma\ (\nu;\sigma.\nu;\tau)\ \text{и}\ \varsigma\ (\rho.\pi;\upsilon;\chi).$$

Аппозиціонные моменты понятія k суть:

$$\nu\,'a,\ \pi\,'b,\ \rho\,'c,$$
$$\nu;\sigma\,'d,\ \nu;\tau\,'d,\ \pi;\upsilon\,'g,\ \pi;\upsilon;\psi\,'h,\ \pi;\upsilon;\chi\,'c,$$
$$\varsigma\ (\nu;\sigma.\nu;\tau)\,'d,\ \varsigma\ (\rho.\pi;\upsilon;\chi)\,'c.$$

Составныя части понятія k суть:

$$\begin{cases} \text{простыя} & c,\ d,\ h \\ \text{сложныя} & a,\ b,\ g \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{непосредственныя} & a,\ b,\ c \\ \text{опосредствованныя} & d,\ g,\ h. \end{cases}$$

Совершенныя формальныя системы понятія k суть: первичная

$$\nu\,.\,\pi\,.\,\rho,$$

системы безъ многочленныхъ членовъ

$$\begin{array}{lll} \nu\,. & \pi & \rho \\ \nu;\sigma\,.\,\nu;\tau\,. & \pi\,. & \rho \\ \nu\,. & \pi;\upsilon\,. & \rho \\ \nu;\sigma\,.\,\nu;\tau\,. & \pi;\upsilon\,. & \rho \\ \nu\,. & \pi,\upsilon;\psi\ \ \pi;\upsilon;\chi\,. & \rho \\ \nu;\sigma\,.\,\nu;\tau\,. & \pi;\upsilon;\psi\,.\,\pi;\upsilon,\chi\,. & \rho, \end{array}$$

системы съ многочленными членами

$$\begin{array}{llll} \varsigma\ (\nu;\sigma\,.\,\nu;\tau) & \pi & & \rho \\ \varsigma\ (\nu;\sigma\,.\,\nu;\tau) & .\ \pi;\upsilon & . & \rho \\ \nu\ .\ \pi;\upsilon;\psi & . & \varsigma\ (\pi;\upsilon;\chi\,.\,\rho) & \\ \varsigma\ (\nu;\sigma\,.\,\nu;\tau) & .\ \pi;\upsilon;\psi & .\ \ \pi;\upsilon;\chi\,.\,\rho & \\ \nu;\sigma\,.\,\nu;\tau & .\ \pi;\upsilon;\psi & \varsigma\ (\pi;\upsilon,\chi\,.\,\rho). & \\ \varsigma\ (\nu;\sigma\,.\,\nu;\tau) & \pi;\upsilon;\psi & \varsigma\ (\pi;\upsilon;\chi\,.\,\rho). & \end{array}$$

Соотвѣтствующія этимъ совершеннымъ формальнымъ системамъ совершенныя аппозиціонныя системы понятія k суть:

$$\nu\text{'}a\ .\ \pi\text{'}b\ .\ \rho\text{'}c$$

$$\nu;\sigma\text{'}d\ .\ \nu;\tau\text{'}d\ .\ \pi\text{'}b\ .\ \rho\text{'}c$$

и т. д.

2. Концептуальныя формы.

Опредѣленіе. Подъ концептуальной формой подразумѣвается всякій классъ понятій φ, удовлетворяющій условію:

(а) «Существуютъ формальная система Ф и аппозиціонная система U такого рода, что, если X есть та формальная система, которая соотвѣтствуетъ системѣ U, то формальныя системы Ф и X раздѣльны (т. е. не имѣютъ общихъ членовъ), формальная система Ф . X совершенна, и классъ φ тожественъ съ классомъ всѣхъ понятій, обладающихъ формальной системой Ф и, вмѣстѣ съ тѣмъ, аппозиціонной системой U».

Для данныхъ Ф и U форма φ, удовлетворяющая условію (а), какъ видно изъ этого условія, однозначно опредѣляется группой Ф. U; какъ терминомъ для формы φ мы будемъ пользоваться знакомъ

$$\mathrm{f}\,(\Phi\,.\,U),$$

такъ что

$$\varphi = \mathrm{f}\,(\Phi\,.\,U).$$

Опредѣленіе. Какая-либо формальная система Ф называется формальной системой концептуальной формы φ, если существуетъ такая аппозиціонная система U, что

$$\varphi = \mathrm{f}\,(\Phi\,.\,U)$$

Аксіома. У всякой концептуальной формы имѣется только одна формальная система.

Опредѣленіе. Какая-либо аппозиціонная система U называется аппозиціонной системой концептуальной формы φ, если существуетъ такая формальная система Ф, что

$$\varphi = \mathrm{f}\,(\Phi\,.\,U)$$

Данное опредѣленіе концептуальной формы обладаетъ полной общностью, если допустить, что оно имѣетъ значеніе и для тѣхъ предѣльныхъ случаевъ, когда одна изъ системъ Ф или U формы f (Ф . U) равна абсолютному логическому нулю (обозначимъ его O), т. е. не содержитъ ни одного члена.

Если

$$\varphi = \mathrm{f}\,(\Phi\,.\,U) \text{ и } U = O,$$

то

$$\varphi = \mathrm{f}\,(\Phi\,.\,O) = \mathrm{f}\,\Phi;$$

въ этомъ случаѣ форма φ называется чистой.

Если

$$\varphi = \mathrm{f}\,(\Phi\,.\,U) \text{ и } \Phi = O,$$

то

$$\varphi = \mathrm{f}\,(O\,.\,U) = \mathrm{f}\,U;$$

въ этомъ случаѣ форма φ называется единичной.

Опредѣленія чистой и единичной концептуальныхъ формъ, не основанныя на понятіи абсолютнаго логическаго нуля, слѣдующія:

Подъ чистою концептуальною формою подразумѣвается всякій классъ понятій φ, удовлетворяющій условію:

«Существуетъ совершенная формальная система Ф такого рода, что классъ φ тожественъ съ классомъ всѣхъ понятій, обладающихъ формальной системой Ф».

Подъ единичною концептуальною формою подразумѣвается всякій классъ понятій φ, удовлетворяющій условію:

«Существуетъ совершенная аппозиціонная система U такого рода, что классъ φ тожественъ съ классомъ всѣхъ понятій, обладающихъ этой аппозиціонной системой U».

При условіи, данномъ въ послѣднемъ опредѣленіи, согласно теоремѣ 8 существуетъ только одно понятіе, обладающее аппозиціонной системой U, а именно ΣU. Поэтому $\mathfrak{f} U$ есть классъ, къ которому принадлежитъ одно только это понятіе, и слѣдовательно, ΣU является единственнымъ понятіемъ, обладающимъ формой $\mathfrak{f} U$.

Положимъ, для примѣра, что группа

$$(S) \qquad \tau' a \,.\, \chi' b \,.\, \psi' c \,.\, \omega' d$$

есть совершенная аппозиціонная система. Отнимемъ въ этой группѣ матерію у какихъ-либо ея членовъ, напримѣръ, у аппозицій

$$\tau' a \text{ и } \chi' b;$$

мы получимъ группу

$$\tau \,.\, \chi \quad \psi' c \,.\, \omega' d$$

Этой группой опредѣляется концептуальная форма

$$\mathfrak{f} \quad (\tau \,.\, \chi \,.\, \psi' c \,.\, \omega' d);$$

какое-либо понятіе v имѣетъ эту форму тогда и только тогда, если оно обладаетъ членами этой группы, т. е., если существуютъ такія понятія x и y, что

$$I\, v = \Sigma\, (\tau' x \,.\, \chi' y \quad \psi' c \,.\, \omega' d)$$

Если въ группѣ S мы отнимемъ матерію у всѣхъ ея членовъ, то мы получимъ совершенную формальную систему

$$\tau \,.\, \chi \,.\, \psi \,.\, \omega,$$

которой опредѣляется чистая концептуальная форма

$$\mathfrak{f}\, (\tau \,.\, \chi \,.\, \psi \,.\, \omega);$$

какое-либо понятіе v имѣетъ эту форму тогда и только тогда, если оно обладаетъ совершенной формальной системой $\tau \,.\, \chi \,.\, \psi \,.\, \omega$, т. е., если существуютъ такія понятія x, y, z, u, что

$$Iv = \Sigma\ (\tau' x \,.\, \chi' y \,.\, \psi' z \,.\, \omega' u).$$

Наконецъ, самой аппозиціонной системой S опредѣляется единичная концептуальная форма

$$\mathrm{f}\ (\tau' a \,.\, \chi' b \,.\, \psi' c \,.\, \omega' d);$$

Какое-либо понятіе v имѣетъ эту форму тогда и только тогда, если оно обладаетъ совершенной аппозиціонной системой S, т. е, если

$$Iv = \Sigma\ (\tau' a \,.\, \chi' b \,.\, \psi' c \,.\, \omega' d).$$

Такимъ образомъ, единственнымъ понятіемъ, обладающимъ формой $\mathrm{f}\ (\tau' a \,.\, \chi' b \,.\, \psi' c \,.\, \omega' d)$, является

$$\Sigma\ (\tau' a \,.\, \chi' b \,.\, \psi' c \,.\, \omega' d).$$

Опредѣленіе. Концептуальная форма называется первичной, если она имѣетъ полную первичную формальную систему; въ противномъ случаѣ концептуальная форма называется производной.

Опредѣленіе. Подъ формальнымъ моментомъ концептуальной формы φ подразумѣвается всякая аппозиціонная форма, входящая въ формальную систему формы φ.

Теорема. Если Ф есть полная первичная формальная система, то f Ф есть первичная концептуальная форма, и наоборотъ.

Теорема. Всякая первичная концептуальная форма есть чистая форма.

Теорема. У всякаго сложнаго понятія имѣется одна единственная первичная концептуальная форма.

Теорема. Всякая аппозиціонная форма является формальнымъ моментомъ одной единственной первичной концептуальной формы.

Теорема. Всякая одномоментная первичная концептуальная форма тожественна со своимъ формальнымъ моментомъ.

3. Конструктивныя системы.

Опредѣленіе. Подъ матеріальными элементами сложнаго понятія подразумѣваются его простыя составныя части.

Опредѣленіе. Подъ формальными элементами сложнаго понятія подразумѣваются его первичная форма и первичныя формы его составныхъ частей

Опредѣленіе Подъ конструктивной системой сложнаго понятія подразумѣвается группа, состоящая изъ всѣхъ его матеріальныхъ и формальныхъ элементовъ.

Согласно этому опредѣленію, у всякаго сложнаго понятія имѣется одна единственная конструктивная система.

Опредѣленіе. Подъ конструктивной системой подразумѣвается либо конструктивная система понятія, либо группа, сложенная изъ конструктивныхъ системъ какихъ-либо понятій.

Опредѣленіе. Подъ формальными элементами конструктивной системы подразумѣваются содержащіяся въ ней первичныя концептуальныя формы.

Опредѣленіе. Подъ матеріальными элементами конструктивной системы подразумѣваются содержащіяся въ ней простыя понятія.

Опредѣленіе. Подъ объемомъ какой-либо конструктивной системы C понимается классъ всѣхъ

понятій x, удовлетворяющихъ условію, что въ системѣ C содержится либо само понятіе x (если оно просто), либо конструктивная система понятія x (если оно сложно).

Теорема. Всякій матеріальный элементъ конструктивной системы входитъ въ ея объемъ.

Теорема Если первичная форма понятія a входитъ въ конструктивную систему C, и всѣ непосредственныя составныя части понятія a принадлежатъ къ объему системы C, то понятіе a само принадлежитъ къ объему системы C.

Теорема. Всякая составная часть понятія принадлежитъ къ объему его конструктивной системы.

Для примѣра сложнаго понятія k, даннаго выше (на стр. 22) найдемъ, что конструктивная система понятія k равна группѣ

$$Ic \,.\, Id \quad Ih \,.\, \mathfrak{f}\,(\nu \quad \pi \,.\, \rho) \quad \mathfrak{f}\,(\sigma \,.\, \tau) \,.\, \upsilon \,.\, \mathfrak{f}\,(\psi \,.\, \chi),$$

при чемъ понятія c, d и h являются матеріальными ея элементами, а первичныя концептуальныя формы $\mathfrak{f}(\nu \,.\, \pi \,.\, \rho)$, $\mathfrak{f}\,(\sigma \quad \tau)$, υ и $\mathfrak{f}\,(\psi \,.\, \chi)$ ея формальными элементами.

Конструктивныя системы сложныхъ понятій a, b и g для того же примѣра соотвѣтственно равны группамъ

$$Id \,.\, \mathfrak{f}\,(\sigma \,.\, \tau),\ Ic \,.\, Ih \,.\, \upsilon \,.\, \mathfrak{f}\,(\psi \,.\, \chi),\ Ic \,.\, Ih \,.\, \mathfrak{f}\,(\psi \,.\, \chi).$$

III. Нѣкоторыя приложенія теоріи строенія сложныхъ понятій.

1 О явной символизаціи понятій терминами.

Изложенная теорія строенія сложныхъ понятій даетъ возможность опредѣлить тѣ условія связи между тер-

минами и понятіями въ точныхъ наукахъ, которыми только и выясняются основные методы этихъ наукъ. Для конкретности мы при этомъ ограничимся тѣмъ случаемъ, когда термины, символизирующія понятія, являются письменными знаками.

Положимъ, что даны: нѣкоторый классъ T письменныхъ знаковъ, нѣкоторая конструктивная система C и нѣкоторая форма ρ двучленныхъ отношеній между знаками класса T съ одной стороны, и понятіями, принадлежащими къ объему системы C, съ другой стороны. Отношенія, имѣющія форму ρ, пусть выражаются предложеніями вида «знакъ a выражаетъ понятіе b». Положимъ далѣе, что форма ρ удовлетворяетъ условіямъ, что

1) ни одинъ знакъ не выражаетъ двухъ различныхъ понятій и

2) всякое понятіе, принадлежащее къ объему системы C, выражается однимъ и только однимъ знакомъ класса T.

Понятіе, выражаемое какимъ-либо знакомъ, назовемъ смысломъ этого знака.

Положимъ далѣе, что данъ нѣкоторый классъ знаковъ V, что всѣ знаки этого класса принадлежатъ къ классу T, что они лишены смысла и называются простыми перемѣнными. (Слово «перемѣнная» здѣсь можно считать относящимся къ словамъ «составная часть знака», но не слѣдуетъ относить къ слову «величина»).

Для краткости мы предположимъ извѣстнымъ (хотя бы изъ элементарной математики), не подвергая его анализу, значеніе выраженій вида «знакъ a есть составная часть знака b» и «знакъ a переходитъ въ знакъ b при совмѣстномъ замѣщеніи въ знакѣ a его составныхъ частей $a_1, a_2, \ldots a_n$ соотвѣтственно знаками $b_1, b_2, \ldots b_n$».

Значеніе послѣдняго выраженія короче передается такъ:

«Знакъ a переходитъ въ знакъ b для подстановки

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \ldots a_n \\ b_1 & b_2 & \ldots b_n \end{pmatrix}»$$

Если какой-либо знакъ x переходитъ въ какой-либо знакъ a для подстановки $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \ldots x_n \\ a_1 & a_2 & \ldots a_n \end{pmatrix}$. гдѣ знаки $x_1, x_2, \ldots x_n$ суть всѣ простыя перемѣнныя (составныя части) знака x, и знакъ a обладаетъ смысломъ, то знакъ x назовемъ сложной перемѣнной, а знакъ a варіаціей знака x для подстановки $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \ldots x_n \\ a_1 & a_2 & \ldots a_n \end{pmatrix}$.

Пусть форма отношеній ρ удовлетворяетъ слѣдующему дальнѣйшему условію:

3) Если φ есть концептуальная форма какого-либо понятія, принадлежащаго къ объему системы U, обладающая формальной системой изъ n аппозиціонныхъ формъ

$$\omega_1 \,.\, \omega_2 \,.\, \ldots \,.\, \omega_n,$$

то существуютъ сложная перемѣнная x, имѣющая всего n простыхъ перемѣнныхъ

$$x_1, x_2, \ldots x_n,$$

и сопряженіе

$$(x_1, \omega_1) \,.\, (x_2, \omega_2) \,.\, \ldots \,.\, (x_n, \omega_n)$$

между всѣми простыми перемѣнными знака x съ одной стороны и всѣми формальными моментами формы φ съ другой стороны, удовлетворяющія условіямъ:

а) Если знакъ a есть варіація знака x для подстановки $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & & x_n \\ a_1 & a_2 & \ldots & a_n \end{pmatrix}$, то смыслъ знака a (т. е. понятіе a) имѣетъ форму φ и обладаетъ аппозиціонной системой

$$\omega_1{}'a_1 \,.\, \omega_2{}'a_2 \,.\, \ldots \,.\, \omega_n{}'a_n.$$

b) Всѣ понятія, имѣющія форму φ, выражаются варіаціями знака x.

Изъ условія 3) слѣдуетъ:

«Если φ есть концептуальная форма какого-либо понятія, принадлежащаго къ объему системы C, то существуетъ такая сложная перемѣнная x, что форма φ является классомъ смысловъ всѣхъ варіацій знака x».

Такимъ образомъ, при изложенныхъ условіяхъ, всякая концептуальная форма φ какого-либо понятія, принадлежащаго къ объему системы C, однозначно опредѣляется нѣкоторой сложной перемѣнной x; поэтому знакъ x можетъ служить для обозначенія формы φ; такъ какъ сложными перемѣнными принято обозначать функціи, то для обозначенія концептуальной формы φ мы ставимъ сложную перемѣнную въ скобки [ ], такъ что знакъ $[x]$ обозначаетъ концептуальную форму φ, представляющую классъ смысловъ всѣхъ варіацій знака x.

Не трудно доказать (изъ того, что всякая концептуальная форма обладаетъ одной единственной формальной системой), что, если $\varphi = [x]$, то существуетъ только одно сопряженіе $(x_1, \omega_1) \cdot (x_2, \omega_2) \ldots (x_n, \omega_n)$, удовлетворяющее условіямъ a) и b); такимъ образомъ, въ знакѣ x каждая его перемѣнная x_k однозначно опредѣляетъ нѣкоторый формальный моментъ ω_k формы φ; этотъ формальный моментъ мы назовемъ аппозиціонной формой, выраженной перемѣнной x_k въ знакѣ x.

Всякая точная наука въ каждый моментъ своего развитія оперируетъ необходимо съ конечнымъ количествомъ простыхъ понятій и первичныхъ концептуальныхъ формъ, и, вслѣдствіе этого, съ понятіями, принадлежащими къ объему нѣкоторой конструктивной системы C; эта система можетъ неограниченно расширяться по мѣрѣ развитія науки.

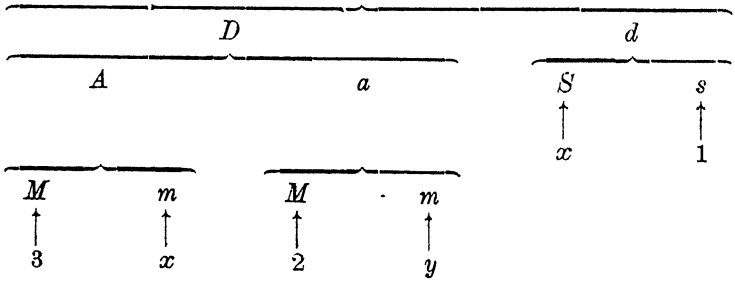
Логическая сторона символизаціи понятій терминами въ точныхъ наукахъ всецѣло опредѣляется изложенными условіями 1), 2) и 3); этимъ условіямъ должна удовлетворять связь терминовъ съ понятіями (форма отношеній ρ), устанавливающаяся символизаціей, если только эта символизація проводится въ полномъ согласіи съ основнымъ требованіемъ метода точныхъ наукъ, чтобы концептуальныя формы опредѣлялись сложными перемѣнными. Символизацію понятій терминами, удовлетворяющую этому условію, можно называть явной: строеніе понятія при такой символизаціи явно выражено въ строеніи термина.

Для примѣра соотвѣтствія между сложными перемѣнными и концептуальными формами возьмемъ сложную перемѣнную

$$\frac{3\,x + 2\,y}{x - 1}$$

съ двумя простыми перемѣнными x и y.

Условимся обозначить аппозиціонныя формы, выраженныя перемѣнными x и y въ знакахъ $x + y$, $x - y$, xy, $\frac{x}{y}$ соотвѣтственно знаками A и a, S и s, M и m, D и d. Тогда знаку $\frac{3\,x+2\,y}{x-1}$ соотвѣтствуетъ слѣдующая схема понятій:



Имѣемъ общее равенство

$$I\frac{3x+2y}{x-1} = \Sigma\ (\varsigma\ (D;A;m.d;S)'x\ \ D;a;m'y.$$
$$D,A;M'3.D,a;M'2.d;s'1).$$

Равенство

$$\left[\begin{matrix}3x+2y\\ x-1\end{matrix}\right] = \mathrm{f}\ (\varsigma\ (D;A;m.d;S).D;a;m\ \ D;A;$$
$$M'3.D;a;M'2.d;s'1)$$

выразитъ, что сложная перемѣнная $\frac{3x+2y}{x-1}$ опредѣляетъ концептуальную форму, обозначенную правой частью этого равенства. Въ этой сложной перемѣнной перемѣнная x выражаетъ аппозиціонную форму $\varsigma\ (D.A, m.d; S)$, а перемѣнная y аппозиціонную форму $D;\ a;\ m$.

Можетъ возбудить недоумѣніе второе изъ изложенныхъ выше условій явной символизаціи понятій терминами

Если, напримѣръ, вводится знакъ 3 для обозначенія числа $2+1$, то можно подумать, что знакъ 3, обозначая число $2+1$, вмѣстѣ съ тѣмъ выражаетъ то же самое понятіе, что и знакъ $2+1$, обозначающій это число.

Однако, это мнѣніе ошибочно. Изъ того, что знаки $2+1$ и 3 обозначаютъ одно и то же число, вовсе не слѣдуетъ, чтобы они выражали одно и то же понятіе Если бы послѣднее предположеніе было правильнымъ, то, напримѣръ, знаки $3=3$ и $3=2+1$ также выражали бы одно и то же понятіе. Между тѣмъ, понятія $3=3$ и $3=2+1$ различны. Понятіе $3=2+1$ выражаетъ особое отношеніе между числами, которое словами можно опредѣлить такъ: «число 3 на единицу больше числа 2»; это отношеніе не выражается понятіемъ $3=3$: послѣднее выражаетъ только существованіе числа 3.

Вообще, роль какого-либо термина въ наукѣ опредѣляется не его значеніемъ, а его смысломъ. Роль знака 3, напримѣръ, состоитъ въ томъ, что онъ выражаетъ простое понятіе о числѣ 3—о томъ числѣ, о которомъ существуютъ сложныя понятія $1+1+1$, $2+1$ и т. д.

Вообще, если дано сложное понятіе, выраженное какимъ-либо терминомъ, и объ этомъ понятіи извѣстно, что оно значаще, и что простое понятіе о немъ еще не выражено никакимъ терминомъ, то можно условиться, чтобы нѣкоторый знакъ (еще не имѣющій смысла) выражалъ это простое понятіе.

Такъ, напримѣръ, можно вводить условія (опредѣленія):

«Пусть знакъ 3 выражаетъ простое понятіе о числѣ $2+1$»,

«Пусть слово „квадратъ“ выражаетъ простое понятіе о предметѣ понятія „равносторонній прямоугольникъ“»,

и т. д.

При этомъ, конечно, вовсе не требуется, чтобы простое понятіе, получающее опредѣленное выраженіе при посредствѣ термина, могло мыслиться человѣкомъ.

Такъ, напримѣръ, знакъ e въ математикѣ выражаетъ простое понятіе о нѣкоторомъ (трансцендентномъ) числѣ; этимъ предполагается, что можно мыслить объ этомъ числѣ (въ сложномъ понятіи о немъ), но вовсе не предполагается, что можно мыслить это число (въ простомъ понятіи о немъ).

Однимъ изъ самыхъ распространенныхъ способовъ символизаціи понятій служитъ выраженіе ихъ рѣчью, при посредствѣ грамматически-синтактическихъ ея формъ. Рѣчь удивительно богата явными выраженіями формъ сложныхъ понятій. Нѣкоторыми формами

рѣчи выражаются логическія концептуальныя формы категоріальнаго значенія, до сихъ поръ совершенно игнорировавшіяся логикой къ неоцѣнимому для нея ущербу. Укажемъ только на формы такихъ сложныхъ понятій, какъ ‹сторона квадрата›, ‹множитель 3› ‹бѣлизна› (послѣднее понятіе служитъ примѣромъ сложнаго понятія съ одномоментной первичной формой: его единственной составной частью служитъ понятіе ‹бѣлое›). Поэтому, рѣчь вообще можетъ служить первоисточникомъ для познаванія логическихъ формъ, отражающихся въ ней изъ глубинъ подсознательнаго. Однако, рѣчью часто не соблюдается явность выраженія формальныхъ элементовъ понятія; это происходитъ, напримѣръ, часто въ тѣхъ случаяхъ, когда смыслъ выраженія можетъ быть понятъ изъ значенія словъ, выражающихъ матеріальные элементы понятія. Въ такого рода отвлеченіи отъ концептуальной формы и состоитъ то, что можно назвать грамматической отвлеченностью. Самый типичный примѣръ грамматической отвлеченности представляетъ отвлеченная связка рѣчи. Возьмемъ слѣдующій примѣръ. Пусть А будетъ слово, означающее нѣкотораго человѣка. Въ предложеніяхъ ‹А есть мыслящее существо› и ‹человѣкъ есть мыслящее существо› мы имѣемъ тожественныя синтактическія формы. Между тѣмъ, сложныя понятія, опредѣленныя этими предложеніями, имѣютъ различныя формы, такъ какъ отношенія, выраженныя этими понятіями, имѣютъ различныя формы. Что форма отношенія между предметами понятій ‹А› и ‹мыслящее существо›, выраженнаго первымъ предложеніемъ, отлична отъ формы отношенія между предметами понятій ‹человѣкъ› и ‹мыслящее существо›, выраженнаго вторымъ предложеніемъ, ясно изъ того, что согласно отношенію ‹А есть мыслящее существо› предметъ понятія А—нѣкоторый человѣкъ—относится къ

классу мыслящихъ существъ; попытка же отнести къ этому классу предметъ понятія «человѣкъ»—классъ людей—была бы явной безсмыслицей: классъ не можетъ мыслиться въ видѣ мыслящаго существа. Вслѣдствіе этого, отвлеченіе отъ концептуальной формы въ приведенныхъ предложеніяхъ не препятствуетъ правильному ихъ пониманію; мы можемъ понять второе предложеніе только, какъ равносильное предложенію «Всякій человѣкъ есть мыслящее существо». Мы впадемъ, однако, въ принципіальную, чреватую послѣдствіями ошибку, если предположимъ, что оба предложенія «А есть мыслящее существо» и «человѣкъ есть мыслящее существо» выражаютъ понятія или сужденія одной и той же логической формы, и зададимся цѣлью изслѣдовать свойства этой формы. Въ эту ошибку заключенія отъ грамматической къ логической отвлеченности впадаетъ извѣстное традиціонное Аристотелево ученіе о сужденіи, сохранившееся до сихъ поръ. Въ дѣйствительности, грамматической отвлеченности соотвѣтствуетъ логическая неопредѣленность въ полномъ смыслѣ слова. При оперированіи съ такой неопредѣленностью, конечно, не удается дифференцированіе основныхъ логическихъ формъ. Возвращаясь къ нашему примѣру, замѣтимъ, что для яснаго выраженія понятій, неявно выраженныхъ предложеніями «А есть мыслящее существо» и «человѣкъ есть мыслящее существо» можно прибѣгнуть къ искусственнымъ связкамъ, въ видѣ, напримѣръ, знаковъ ε и $\circ$ (какъ это принято въ математической логикѣ). Понятія, имѣющія общую форму съ понятіями, выраженными названными предложеніями, выразятся тогда соотвѣтственно знаками вида $x \varepsilon y$ и $x \circ y$ (напримѣръ: А ε мыслящее существо, человѣкъ $\circ$ мыслящее существо). Имѣемъ общія теоремы

«Если $x \varepsilon y$ и $y \supset z$, то $x \varepsilon z$» и
«Если $x \supset y$ и $y \supset z$, то $x \supset z$»,
но изъ $x \varepsilon y$ и $y \varepsilon z$ вообще не слѣдуетъ $x \varepsilon z$ (напримѣръ, изъ «$A \varepsilon$ человѣкъ» и «человѣкъ ε классъ» не слѣдуетъ «$A \varepsilon$ классъ»), въ чемъ и выражается одно изъ основныхъ различій между формами $[x \varepsilon y]$ и $[x \supset y]$. Замѣтимъ еще, во избѣжаніе недоразумѣній, что различіе формъ $[x \varepsilon y]$ и $[x \supset y]$ ничего общаго не имѣетъ съ различеніемъ единичныхъ и общихъ сужденій въ традиціонной логикѣ; въ сужденіяхъ вида $x \varepsilon y$ понятіе x можетъ быть понятіемъ о любомъ предметѣ, а не только объ индивидѣ; такъ, напримѣръ, истинно сужденіе «человѣкъ ε классъ».

2. *Формальныя включенія.*

Положимъ, что даны двѣ концептуальныя формы φ и χ и нѣкоторое сопряженіе

$$(T) \qquad (\varphi_1, \chi_1) \cdot (\varphi_2, \chi_2) \cdot \ldots (\varphi_n, \chi_n)$$

между нѣкоторыми (или всѣми) формальными моментами $\varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_n$ формы φ съ одной стороны и всѣми формальными моментами $\chi_1, \chi_2, \ldots \chi_n$ формы χ съ другой стороны, удовлетворяющее условію: «Если какое-либо понятіе a имѣетъ форму φ, то существуетъ понятіе b, имѣющее форму χ, такого рода, что, если у понятія a имѣется аппозиціонный моментъ $\varphi_k{}' a_k$ и въ сопряженіе T входитъ членъ (φ_k, χ_k), то у понятія b имѣется аппозиціонный моментъ $\chi_k{}' a_k$, при чемъ, если понятіе a имѣетъ силу, то понятіе b также имѣетъ силу».

Изложеннымъ условіемъ, очевидно, выражается особаго рода отношеніе, членами котораго служатъ формы φ и χ и ихъ формальные моменты $\varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_n$ и

χ_1, χ_2, χ_n, опредѣленное формами φ и χ и сопряженіемъ T; это отношеніе мы выразимъ знакомъ

$$\varphi \sqsupset \chi(T)$$

и будемъ называть формальнымъ включеніемъ; форму φ назовемъ включающей формой, форму χ включаемой формой, а сопряженіе T показателемъ формальнаго включенія $\varphi \sqsupset \chi(T)$.

Значеніе формальныхъ включеній обнаружится, если мы имъ дадимъ другое, болѣе наглядное выраженіе, пользуясь связью между терминами и ихъ смыслами при явной символизаціи понятій, позволяющей выражать концептуальныя формы сложными перемѣнными. Пусть, при изложенныхъ предположеніяхъ,

$$\varphi = [\Phi] \text{ и } \chi = [X],$$

гдѣ знаки Ф и Х—сложныя перемѣнныя. Мы можемъ при этомъ предположить, что простыя перемѣнныя знака Х выбраны такимъ образомъ, что всякій формальный моментъ χ_k формы χ выраженъ въ знакѣ Х тою же перемѣнною, которою въ знакѣ Ф выраженъ формальный моментъ φ_k формы φ, соотвѣтствующій моменту χ_k въ сопряженіи T

При этомъ предположеніи, знаки Ф и Х, расположенные въ опредѣленномъ порядкѣ, очевидно, уже опредѣляютъ сопряженіе Т, а потому для выраженія формальнаго включенія $\varphi \sqsupset \chi(T)$ мы можемъ воспользоваться особымъ соединеніемъ однихъ только этихъ знаковъ, напримѣръ, знакомъ

$$\Phi \sqsupset X.$$

Теперь, при посредствѣ связи между терминами и ихъ смыслами, приведенныя выше условія формальнаго включенія могутъ быть выражены слѣдующимъ образомъ (какъ слѣдуетъ изъ изложеннаго):

Для того, чтобы знакъ $\Phi \sqsupset X$, гдѣ знаки Ф и X суть сложныя перемѣнныя, выражалъ формальное включеніе, необходимо и достаточно, чтобы знаки Ф и X удовлетворяли слѣдующимъ условіямъ:

a) Всѣ простыя перемѣнныя знака X входятъ въ знакъ Ф, и

b) Если для нѣкоторой подстановки подъ свои простыя перемѣнныя знакъ Ф переходитъ въ знакъ *a*, обладающій смысломъ, то для той же подстановки знакъ X также переходитъ въ нѣкоторый знакъ *b*, обладающій смысломъ, при чемъ, если понятіе *a* имѣетъ силу, то и понятіе *b* имѣетъ силу.

На языкѣ формальныя включенія выражаются предложеніями вида.

«Если Ф, то X»;

такъ, напримѣръ, предложеніе

(p) «Если $x < y$ и $y < z$, то $x < z$»

выражаетъ формальное включеніе

$$x < y \;.\; y < z \sqsupset x < z.$$

Существуетъ традиціонное ученіе, согласно которому сужденія, выражаемыя предложеніями вида «Если Ф, то X» — такъ называемыя гипотетическія сужденія — будто бы являются соединеніями двухъ категорическихъ сужденій Ф и X. Это ученіе явно несостоятельно Дѣйствительно, для того, чтобы, напримѣръ, въ предложеніи (p) знаки $x < y$, $y < z$ и $x < z$ выражали сужденія, необходимо, чтобы перемѣнныя x, y и z этихъ знаковъ имѣли опредѣленный смыслъ; между тѣмъ, эти перемѣнныя, служа лишь для выраженія концептуальныхъ формъ, сами по себѣ лишены смысла, а положеніемъ, занимаемымъ ими въ

сложныхъ перемѣнныхъ, указываютъ на опредѣленные формальные моменты, а отнюдь не на опредѣленныя составныя части понятія или сужденія.

Дѣло не мѣняется, если въ предложеніи вида «Если Ф, то Х» перемѣнныя замѣняются оборотами рѣчи (при помощи мѣстоименій). Такъ, предложеніе

(q) «Если діагонали параллелограмма взаимно перпендикулярны, то его стороны равны»

равносильно предложенію «Если діагонали параллелограмма x взаимно перпендикулярны, то стороны параллелограмма x равны», въ которомъ обусловливающее и обусловленное предложенія по вышеприведенной причинѣ не выражаютъ никакихъ сужденій. Сужденіе, выраженное предложеніемъ (q), опредѣляется концептуальными формами [діагонали параллелограмма x взаимно перпендикулярны] и [стороны параллелограмма x равны], а не ложными сужденіями «діагонали параллелограмма взаимно перпендикулярны» и «стороны параллелограмма равны», соединеніемъ которыхъ его пришлось бы считать согласно упомянутому традиціонному ученію. Мы здѣсь имѣемъ примѣръ того, къ какимъ несуразностямъ можетъ вести попытка объясненія формальныхъ связей при полномъ отсутствіи общаго ученія о формахъ.

Логика не математическаго направленія отъ Аристотеля до нашихъ дней обнаруживаетъ удивительное по своимъ размѣрамъ, почти полное невниманіе къ формамъ понятій: такъ, изъ первичныхъ формъ значащихъ понятій ей извѣстна одна единственная форма, а именно та, которой обладаетъ, напримѣръ, понятіе «равносторонній треугольникъ». Не мудрено, если традиціонное ученіе о понятіи обнаруживаетъ полную безпомощность тамъ, гдѣ ему приходится истолковывать связи между формами; сущность же гипотетическаго сужденія невозможно понять внѣ такихъ связей.

3. Основанія и слѣдствія. Дедуктивныя системы.

Опредѣленіе. Понятіе a называется основаніемъ понятія b, а понятіе b слѣдствіемъ понятія a по формальному включенію δ, если понятія a и b и формальное включеніе δ находятся въ отношеніи, заключающемся въ слѣдующемъ:

1) понятіе a обладаетъ включающей, a понятіе b включенной формой формальнаго включенія δ, и

2) если рядъ (φ_k, χ_k) входитъ въ показатель формальнаго включенія δ, и у понятія a имѣется аппозиціонный моментъ $\varphi_k ' a_k$, то у понятія b имѣется аппозиціонный моментъ $\chi_k ' a_k$.

Что понятіе a есть основаніе понятія b по формальному включенію δ, въ знакахъ мы будемъ выражать такъ:

$$a \longrightarrow b \ (\delta).$$

Понятіе a называется основаніемъ понятія b, а понятіе b слѣдствіемъ понятія a, если понятіе a есть основаніе понятія b по какому-либо формальному включенію.

Согласно этому опредѣленію, напримѣръ, имѣемъ

$$1<2\,.\,2<3 \longrightarrow 1<3 \ (x<y\,.\,y<z \sqsupset x<z),$$

т. е. понятіе «$1<2\,.\,2<3$» есть основаніе понятія «$1<3$» по формальному включенію $x<y\,.\,y<z \sqsupset x<z$.

Предположимъ теперь, что даны: группа понятій A, группа формальныхъ включеній Δ и рядъ отношеній

$$(S) \qquad \begin{aligned} a_1 &\longrightarrow b_1 \ (\delta_1) \\ a_2 &\longrightarrow b_2 \ (\delta_2) \\ &\ldots\ldots\ldots \\ a_n &\longrightarrow b_n \ (\delta_n) \end{aligned}$$

удовлетворяющіе условіямъ:

а) $$\Delta = \delta_1\,.\,\delta_2 \ldots \delta_n$$

b) группа A составлена изъ всѣхъ членовъ понятій $a_1, a_2, \ldots a_n$ за вычетомъ всѣхъ членовъ понятій $b_1, b_2, \ldots b_n$

c) въ каждомъ членѣ $a_k \longrightarrow b_k$ (δ_k) ряда S, кромѣ перваго, понятіе a_k содержитъ въ качествѣ членовъ всѣ члены по крайней мѣрѣ одного изъ понятій $b_1, b_2, \ldots b_{k-1}$.

При этомъ не исключается тотъ случай, что рядъ S одночленъ, т. е., что $S = a_1 \longrightarrow b_1$ (δ_1); въ этомъ случаѣ изложенныя условія a), b), c), очевидно, сводятся къ тому, что $\Delta = \delta_1$, и что группа A составлена изъ всѣхъ членовъ понятія a_1.

При изложенныхъ предположеніяхъ группу $A.\Delta$, составленную изъ группы понятій A и изъ группы формальныхъ вклю ченій Δ, мы будемъ называть дедуктивной системой понятія b_n.

Теорема. Если понятіе b обладаетъ дедуктивной системой D, и группа изъ всѣхъ понятій, входящихъ въ эту систему, равна группѣ $Ia_1\ Ia_2 \ldots Ia_n$, то понятіе b есть слѣдствіе понятія

$$a_1 . a_2 \ldots a_n .$$

Опредѣленія. Подъ дедуктивной системой понимается либо дедуктивная система какого-либо понятія, либо группа, сложенная изъ дедуктивныхъ системъ какихъ-либо понятій.

Подъ объемомъ накой-либо дедуктивной системы D понимается классъ всѣхъ понятій x, удовлетворяющихъ условію:

«Въ системѣ D содержится или само понятіе x, или какая-либо дедуктивная система понятія x».

Дедуктивная система D называется приведенной, если всякая дедуктивная система, образующая часть системы D, обладаетъ меньшимъ объемомъ, чѣмъ система D.

Для примѣра дедуктивной системы D понятія положимъ, что система D состоитъ изъ понятій

$$ac \text{ и } (a-b)c,$$

гдѣ a, b и c — нѣкоторыя числа, и изъ формальныхъ включеній

$$\delta) \quad x \sqsupset x = x$$
$$\varepsilon) \quad x = y \sqsupset y$$
$$\zeta) \quad x = y \,.\, y = z \sqsupset x = z$$
$$\eta) \quad xy \sqsupset x$$
$$\vartheta) \quad x = y \,.\, xz \sqsupset xz = yz$$
$$\iota) \quad x = y + z \sqsupset x - z = y$$
$$\varkappa) \quad x - z = y \sqsupset x = y + z$$
$$\lambda) \quad (x+y)z \sqsupset (x+y)z = xz + yz.$$

Тогда понятіе $ac - bc = (a-b)c$ обладаетъ дедуктивной системой D. Дѣйствительно, имѣемъ рядъ

$$(a-b)c \longrightarrow a-b \ (\eta)$$
$$a-b \longrightarrow a-b = a-b \ (\delta)$$
$$a-b = a-b \longrightarrow a = a-b+b \ (\varkappa)$$
$$a = a-b+b \,.\, ac \longrightarrow ac = (a-b+b)c \ (\vartheta)$$
$$ac = (a-b+b)c \longrightarrow (a-b+b)c \ (\varepsilon)$$
$$(a-b+b)c \longrightarrow (a-b+b)c = (a-b)c + bc \ (\lambda)$$
$$ac = (a-b+b)c \,.\, (a-b+b)c = (a-b)c + bc \longrightarrow$$
$$ac = (a-b)c + bc \ (\zeta)$$
$$ac = (a-b)c + bc \longrightarrow ac - bc = (a-b)c \ (\iota)$$

удовлетворяющій вышеприведеннымъ условіямъ.

Изъ только что данныхъ опредѣленій слѣдуетъ, что нахожденіе понятій, входящихъ въ объемъ какой-либо дедуктивной системы D, сводится къ рѣшенію задачъ слѣдующихъ двухъ родовъ:

I. Дано понятіе a. Найти какую-либо концептуальную форму φ, которая была бы формой понятія a и, вмѣстѣ съ тѣмъ, включающей формой одного изъ формальныхъ включеній, содержащихся въ системѣ D. Такъ какъ количество формальныхъ включеній, входящихъ

въ систему D, является конечнымъ, и всѣ члены группы D извѣстны, то эта задача сводится къ рѣшенію вопроса, имѣетъ ли данное понятіе a данную форму φ.

II. Въ отношеніи $a \longrightarrow b$ (δ) даны формальное включеніе δ и понятіе a. Найти понятіе b.

При условіи явности символизаціи понятій и выраженіи концептуальныхъ формъ и формальныхъ включеній сложными перемѣнными, обѣ приведенныя задачи, какъ легко убѣдиться изъ относящагося сюда нашего изложенія, сводятся къ наглядному сравненію знаковъ, а именно къ совершенію въ данной сложной перемѣнной данной подстановки подъ ея перемѣнныя, и къ опредѣленію подстановки, для которой данная сложная перемѣнная переходитъ въ данный знакъ. Такимъ образомъ, при явной символизаціи нахожденіе понятій, входящихъ въ объемъ данной дедуктивной системы, можетъ быть сведено къ однѣмъ только наглядным операціямъ надъ знаками, независящимъ отъ знанія смысла или значенія этихъ знаковъ.

4. *Логическая необходимость. Аналитическія и синтетическія понятія.*

О логическомъ. Понятіе логическаго просто и несводимо къ другимъ понятіямъ. Предметъ этого понятія—логическое (логическій міръ) — есть категоріальный классъ; предметы, принадлежащія къ этому классу, служатъ предметами науки, называемой логикой.

Опредѣленіе логики, не предполагающее понятіе логическаго, невозможно по причинѣ категоріальности логическаго. Нельзя, напримѣръ, логику опредѣлять при посредствѣ понятія правильнаго, такъ какъ это понятіе само опредѣляется понятіемъ логическаго, а

не наоборотъ Логическому совершенно чужда актуальность; поэтому къ логикѣ не относятся ученія объ актахъ, называемыхъ сужденіями и умозаключеніями Логическія же свойства содержаній этихъ актовъ разсматриваются логикой въ общемъ ученіи о понятіи и о формальномъ включеніи. Во избѣжаніе недоразумѣній, замѣтимъ, что подъ логическимъ мы никогда не понимаемъ чего-либо, что лишь содержитъ логическіе элементы совмѣстно съ другими. Поэтому, подъ не логическимъ здѣсь слѣдуетъ понимать все то, что содержитъ элементы, чуждые логическому міру. Къ такимъ элементамъ, между прочимъ, принадлежатъ элементы чувственные. Поэтому, напримѣръ, понятіе краснаго мы относимъ къ понятіямъ не логическимъ, хотя оно принадлежитъ къ логическому классу понятій.

Предметы логическаго міра могутъ переживаться въ непосредственномъ опытѣ; такъ, напримѣръ, воспринимая группу изъ двухъ предметовъ, мы необходимо воспринимаемъ вмѣстѣ съ тѣмъ логическую форму этой группы—число 2; мысля какое-либо понятіе, обладающее логической формой, мы переживаемъ эту форму; и т. д.

Приводимъ слѣдующія положенія о логическомъ, какъ имѣющія непосредственное отношеніе къ нашему изложенію.

1. Если имѣющее силу понятіе является логическимъ, то выражаемыя имъ отношенія являются логическими, и наоборотъ

2. Если значащее понятіе является логическимъ, то предметъ его является логическимъ.

3. Если предметъ простого понятія является логическимъ, то понятіе является логическимъ.

4. Если всякій членъ группы является логическимъ, то группа является логической, и наоборотъ.

5. Если всякій предметъ, принадлежащій къ нѣкоторому классу, является логическимъ, то классъ является логическимъ

Обратная зависимость не имѣетъ мѣста: такъ, напримѣръ, классъ понятій является логическимъ, но понятіе краснаго, принадлежащее къ этому классу, не является логическимъ.

6. Если форма и матерія аппозиціи являются логическими, то аппозиція является логической, и наоборотъ.

7. Если сложное понятіе является логическимъ, то всякій его аппозиціонный моментъ является логическимъ, и наоборотъ.

8. Если сложное понятіе является логическимъ, то всѣ его формальные моменты являются логическими.

9. Если сложное понятіе является логическимъ, то всѣ его составныя части являются логическими.

(8. и 9. слѣдуютъ изъ 6 и 7.)

10. Если первичная концептуальная форма является логической, то всѣ ея формальные моменты являются логическими.

11. Если какой-либо формальный моментъ первичной концептуальной формы является логическимъ, то такая форма является логической.

12. Если всѣ понятія, имѣющія нѣкоторую данную концептуальную форму, являются логическими, то эта форма является логической.

(12 слѣдуетъ изъ 5).

13. Если включающая и включенная формы формальнаго включенія являются логическими, то формальное включеніе является логическимъ, и наоборотъ.

Логическая необходимость. При помощи простого понятія логическаго и понятія основанія и слѣдствія (или формальнаго включенія) можно опредѣлить слѣдующимъ образомъ то, что называется логической необходимостью.

Понятіе b называется логически необходимымъ слѣдствіемъ понятія a, если понятіе b слѣдуетъ изъ понятія a по логическому формальному включенію, т. е, если

$$a \longrightarrow b \ (\delta),$$

гдѣ формальное включеніе δ является логическимъ

Мы получимъ весьма неполное представленіе о логической необходимости слѣдованія, если подъ логическими формальными включеніями будемъ понимать только тѣ изъ нихъ, которыя соотвѣтствуютъ умозаключеніямъ, извѣстнымъ Аристотелевой логикѣ. На дѣлѣ (какъ это доказывается математической логикой), этими умозаключеніями не вывести изъ ихъ предпосылокъ даже простѣйшихъ теоремъ математики

Нѣкоторое дополнительное представленіе объ основныхъ логическихъ формальныхъ включеніяхъ могутъ дать формальныя включенія, выраженныя въ изложенныхъ выше аксіомахъ о сложныхъ понятіяхъ.

Аналитическія и синтетическія понятія Съ понятіемъ логической необходимости связано раздѣленіе всѣхъ имѣющихъ силу понятій на два класса; понятія этихъ классовъ можно различать какъ аналитическія и синтетическія, сохраняя здѣсь терминологію Канта. Поясняя данное имъ опредѣленіе аналитическаго сужденія, Кантъ указываетъ на то, что сужденіе является аналитическимъ, если оно оправдывается однимъ только закономъ противорѣчія Однако (это доказано математической логикой), однимъ только закономъ противорѣчія (если даже къ нему присоединить законы тожества и исключеннаго третьяго) нельзя обосновать даже такихъ аналитическихъ по Канту сужденій, какъ тавтологію «красныя розы красны»; поэтому, не предрѣшая, какими принципами опредѣляется логическая необходимость, Кантово опредѣленіе

слѣдовало бы измѣнить соотвѣтственно этому, и опредѣлить аналитическое сужденіе, какъ такое сужденіе, истинность котораго есть логически необходимое слѣдствіе одного только его существованія. Такъ какъ логическая необходимость не имѣетъ того узкаго характера, который ей придавался Кантомъ, то естественно, что согласно послѣднему опредѣленію классъ аналитическихъ сужденій долженъ оказаться несоизмѣримо шире, чѣмъ по Кантовому опредѣленію. Соотвѣтствующее точное опредѣленіе аналитическихъ и синтетическихъ понятій слѣдующее:

Понятіе a называется аналитическимъ, если оно слѣдуетъ съ логической необходимостью изъ понятія «понятіе a», т. е., если существуетъ логическое формальное включеніе δ такого рода, что

$$I\,a \longrightarrow a \;(\delta);$$

въ противномъ случаѣ понятіе называется синтетическимъ.

Въ отношеніи $I\,a \longrightarrow a$ (δ) формальное включеніе δ, очевидно, должно быть вида

$$I\,\mathrm{X} \sqsupset \mathrm{X},$$

гдѣ [X] есть концептуальная форма. Формальное же включеніе $I\mathrm{X} \sqsupset \mathrm{X}$ выражаетъ ничто иное, какъ свойство нѣкоторыхъ концептуальныхъ формъ [X], заключающееся въ томъ, что всѣ понятія, имѣющія форму [X], имѣютъ силу. Ко всякой точной наукѣ относится неограниченное количество положеній вида: «Всякое понятіе, имѣющее форму φ, имѣетъ силу». Такъ, напримѣръ, общая формула

$$(a + b)\;c = ac + bc$$

является сокращеннымъ выраженіемъ положенія:

«Всякое понятіе, имѣющее форму $[(a+b)\,c = ac+bc]$, имѣетъ силу».

Если концептуальную форму φ, удовлетворяющую условію, что всѣ понятія, имѣющія эту форму, имѣютъ силу, называть интегральной, то данное выше опредѣленіе аналитическаго понятія будетъ равносильно слѣдующему:

Понятіе называется аналитическимъ, если оно обладаетъ интегральной логической формой.

5. *Индуктивныя проблемы логики. Основныя логическія дедуктивныя системы.*

Мы различаемъ двѣ задачи логики: индуктивную и дедуктивную. Индуктивная задача логики состоитъ въ томъ, чтобы — выражаясь пока образно — найти въ логическомъ мірѣ такую конечную систему, въ членахъ которой сходились бы всѣ его связи; такую систему назовемъ основной логической системой. Дедуктивная задача логики состоитъ въ неограниченномъ развитіи основной логической системы, т. е въ безконечномъ преслѣдованіи сходящихся въ ней связей. Индуктивная задача логики разрѣшается въ особаго рода трехъ проблемахъ приведенія.

Первая индуктивная проблема логики заключается въ особаго рода приведеніи всѣхъ первичныхъ концептуальныхъ формъ къ членамъ нѣкоторой ихъ группы M, которая должна удовлетворять слѣдующему условію:

Если K есть классъ всѣхъ понятій, формальные элементы которыхъ содержатся въ группѣ M, то соотвѣтственно всякому значащему сложному понятію существуетъ равнозначащее съ нимъ сложное понятіе, принадлежащее къ классу K, и соотвѣтственно всякому имѣющему силу понятію существуетъ равносильное ему понятіе, принадлежащее къ классу K.

Если M такая группа, притомъ приведенная по отношенію къ изложенному условію (т. е., если какая-либо часть группы M уже не удовлетворяетъ этому условію), то члены группы M, какъ замѣняющіе собой (въ смыслѣ приведеннаго условія) всѣ отличныя отъ нихъ первичныя концептуальныя формы (въ томъ числѣ и логическія), мы, конечно, отнесемъ къ логическимъ формамъ, и назовемъ ихъ основными логическими концептуальными формами.

Вторая индуктивная проблема логики основана уже на знаніи какой-либо системы основныхъ логическихъ концептуальныхъ формъ; она состоитъ въ приведеніи всѣхъ простыхъ логическихъ понятій къ членамъ нѣкоторой ихъ группы P, которая должна удовлетворять слѣдующему условію:

Всякій предметъ логическаго міра означается, а всякое отношеніе логическаго міра выражается какимъ-либо понятіемъ, принадлежащимъ къ объему конструктивной системы $P.M$.

Если P есть группа простыхъ понятій, удовлетворяющая изложенному условію, притомъ приведенная по отношенію къ этому условію, то члены группы P мы называемъ основными логическими понятіями, а группу $P.M$ основной конструктивной логической системой.

Третья индуктивная проблема логики основана на знаніи какой-либо основной логической конструктивной системы $P.M$; она состоитъ въ совмѣстномъ приведеніи всѣхъ имѣющихъ силу понятій, принадлежащихъ къ объему системы $P.M$, къ такой ихъ группѣ L и всѣхъ формальныхъ включеній между формами понятій, принадлежащихъ къ объему системы $P.M$, къ такой группѣ Δ этихъ формальныхъ включеній, чтобы группа $L.\Delta$ была дедуктивной системой, удовлетворяющей условію:

Всякое имѣющее силу понятіе, принадлежащее къ объему конструктивной системы $P.M$, принадлежитъ къ объему дедуктивной системы $L.\Lambda$.

Если L Λ есть группа, удовлетворяющая изложенному условію, притомъ приведенная по отношенію къ этому условію, то члены группы L мы называемъ логическими аксіомами, члены группы Λ основными логическими формальными включеніями, а систему $L.\Lambda$ основной логической (дедуктивной) системой.

Существованіе системъ основныхъ первичныхъ концептуальныхъ формъ можетъ быть доказано изъ нѣкоторыхъ логическихъ положеній. Что же касается существованія основныхъ логическихъ конструктивныхъ и дедуктивныхъ системъ, то оно можетъ быть доказано только изъ такой системы постулатовъ о логическомъ, которая равносильна положенію, которое требуется доказать.

На практикѣ мы можемъ находить основные элементы логики, если въ научномъ мышленіи будемъ дифференцировать такіе неактуальные его элементы, безъ которыхъ немыслима ни одна наука, совершенно независимо отъ своего спеціальнаго содержанія Теоретически, поэтому, совершенно безразлично, какую или какія именно науки мы при этомъ выберемъ для логическаго анализа. На дѣлѣ, однако, приходится предполагать, что въ изложеніи наукъ рѣчью скрыты трудно преоборимыя препятствія психологическаго характера для ихъ логическаго анализа. Иначе нельзя было бы объяснить того обстоятельства, что въ теченіе болѣе двухъ тысячъ лѣтъ послѣ Аристотеля въ логикѣ не были найдены ни одна первичная форма, ни одно основное формальное включеніе, ни одна аксіома. Повидимому, дѣло тутъ кроется въ автоматической привычности, съ которой совершаются операціи

надъ основными логическими элементами при помощи рѣчи.

Только съ изобрѣтеніемъ искусственной явной символизаціи логическихъ формъ, математической логикѣ удалось дифференцировать цѣлый рядъ логическихъ элементовъ, до того совершенно неосознанныхъ логикой.

О научномъ значеніи основныхъ логическихъ дедуктивныхъ системъ Для того, чтобы находить логически необходимыя слѣдствія изъ даннаго основанія a, достаточно находить такія логическія формальныя включенія, въ которыхъ включающая форма была бы формой понятія a; но всякое логическое формальное включеніе, какъ отношеніе логическое, должно выражаться какимъ-либо понятіемъ δ, входящимъ въ объемъ какой-либо основной логической системы $L.\Lambda$; понятіе δ, слѣдовательно, можетъ быть найдено дедукціей изъ логическихъ аксіомъ группы L по формальнымъ включеніямъ группы Λ. Такимъ образомъ, нахожденіе логически необходимыхъ слѣдствій изъ данныхъ основаній сводится 1) къ дедукціи въ предѣлахъ основной логической дедуктивной системы, и 2) къ непосредственному выводу слѣдствій изъ данныхъ основаній по найденнымъ такого рода дедукціей логическимъ формальнымъ включеніямъ. Въ этомъ и заключается первостепенное значеніе основныхъ логическихъ дедуктивныхъ системъ для точныхъ наукъ. Логическая связь основаній и слѣдствій въ любой изъ этихъ наукъ S можетъ быть выявлена въ чистомъ видѣ въ логикѣ, а выводныя положенія науки S тогда получаются непосредственнымъ приложеніемъ къ ея основнымъ положеніямъ результатовъ, добытыхъ логикой. Что касается отношенія логики къ математикѣ, то новѣйшей математической логикой безусловно доказано, что 1) всѣ положенія чистой математики логи-

чески вытекаютъ изъ однѣхъ только логическихъ аксіомъ, такъ что вся чистая математика относится къ логикѣ, и что 2) нѣкоторыя отрасли чистой математики сходятся у самыхъ основъ логики, такъ что чистую математику нельзя выдѣлить, какъ нѣкоторую спеціальную часть логики. Такимъ образомъ, чистая математика совершенно совпадаетъ съ логикой. Въ частности, къ всеобщимъ логическимъ основамъ относятся основы арифметики: вся логика сложныхъ понятій проникнута арифметическимъ началомъ; ибо понятіе сложнаго понятія предполагаетъ понятіе группы; форма же группы есть ничто иное, какъ натуральное число.

6. Объ ученіи о субъектѣ и предикатѣ сужденія.

Согласно ученію Аристотеля, сохранившемуся въ логикѣ до сихъ поръ, у каждаго категорическаго сужденія имѣются опредѣленные субъектъ и предикатъ. Въ этомъ ученіи обнаруживается полное непониманіе сущности концептуальной формы Аристотелевой логикой. Въ связи съ этимъ, изъ неограниченнаго количества первичныхъ концептуальныхъ формъ вообще и многообразной системы тѣхъ основныхъ логическихъ концептуальныхъ формъ, которыя являются формами концептуальныхъ содержаній такъ называемыхъ категорическихъ сужденій, Аристотелева логика разсматриваетъ только формы [S есть P], [Всякое S есть P], [Нѣкоторые S суть P] и соотвѣтствующія имъ отрицательныя формы, при чемъ, какъ мы уже узнали (см. III 1.), первыя двѣ формы вдобавокъ въ ней отчетливо не дифференцированы.

Возьмемъ сужденіе

(a) $2 < 3$

Гдѣ въ немъ субъектъ и предикатъ? Ясно, что ни одно изъ понятій 2 и 3 не можетъ считаться субъектомъ этого сужденія, такъ какъ съ тѣмъ же основаніемъ имъ могло бы тогда считаться другое изъ нихъ: вѣдь то обстоятельство, что въ терминѣ $2 < 3$ сужденія (a) терминъ 2 стоитъ слѣва, а терминъ 3 справа отъ связки $<$, касается исключительно способа символизаціи этого сужденія: то же самое сужденіе можетъ быть выражено и другимъ терминомъ $3 > 2$. Желая подвести сужденіе (a) подъ упомянутое ученіе, можно еще попытаться счесть за субъектъ этого сужденія понятіе о (ближе не опредѣленномъ) «отношеніи между числами 2 и 3», а за предикатъ «отношеніе между меньшимъ и большимъ числомъ» Однако, это будетъ неправильно уже потому, что при этомъ остается неопредѣленнымъ, которое именно изъ чиселъ 2 и 3 меньшее и которое большее, такъ что за субъектъ сужденія (a) приходится принять либо понятіе объ «отношеніи числа 2 къ числу 3», либо понятіе объ «отношеніи числа 3 къ числу 2», и, соотвѣтственно этому, за предикатъ либо понятіе объ «отношеніи меньшаго числа къ большему», либо понятіе объ «отношеніи большаго числа къ меньшему», придавая этимъ отношеніямъ опредѣленное направленіе. Но тогда мы получимъ опять-таки двѣ равноправныя интерпретаціи сужденія (a), и слѣдовательно, не годна ни одна изъ нихъ, такъ какъ одно и то же сужденіе не можетъ быть тожественно съ двумя различными сужденіями.

По причинамъ, только что изложеннымъ для примѣра сужденія $2 < 3$, вообще ни одно сужденіе вида

$$a \omega b,$$

гдѣ ω — нѣкоторая связка, нельзя понимать какъ сужденіе объ «отношеніи между a и b» или объ «отношеніи a къ b», а такихъ связокъ можно найти сколько угодно.

Въ частности, существуетъ неограниченное количество сужденій вида $a \omega b$, гдѣ концептуальная форма $[x \omega y]$ не является логической, игнорируемыхъ традиціонной логикой. Возьмемъ слѣдующій примѣръ. Положимъ, что я вижу бѣлую розу и на этомъ основаніи выношу сужденіе, которое выражаю предложеніемъ

(I) «Эта роза бѣла».

Это выраженіе—не явно; мы сейчасъ увидимъ, что по одному только данному предложенію (I) невозможно опредѣлить выраженнаго имъ сужденія.

Предположимъ, что въ своемъ сужденіи я дифференцировалъ нѣкоторый признакъ предмета, называемаго мною «этой розой» Этимъ признакомъ является бѣлизна; поэтому я могу свое сужденіе выразить явно предложеніемъ

(II) «Эта роза обладаетъ бѣлизной».

Нѣтъ, однако, никакой необходимости въ только что принятомъ предположеніи. Дѣйствительно, бѣлый цвѣтъ я могу мыслить не только, какъ цвѣтъ-признакъ (бѣлизну) (напримѣръ, какъ признакъ этой розы), но и безотносительно, какъ цвѣтъ-качество (бѣлое), и если я вижу бѣлую розу, то мнѣ въ воспріятіи во всякомъ случаѣ дано (еще не дифференцированное мною) отношеніе между «этой розой» и «бѣлымъ» въ абсолютномъ смыслѣ цвѣта-качества. Дифференцируя это отношеніе въ нѣкоторой мысли, концептуальнымъ содержаніемъ которой является нѣкоторое сложное понятіе, выражающее это отношеніе, я выношу сужденіе (назовемъ его *C*), которое могу выразить явно предложеніемъ

(III) «Эта роза оцвѣчена бѣлымъ».

Форма [*x* оцвѣчено *y*'омъ] концептуальнаго содержанія сужденія *C*—форма не логическая; отыскать же въ этомъ сужденіи субъектъ и предикатъ такъ же невозможно, какъ это нами было показано для сужденія $2 < 3$.

Замѣтимъ еще, что въ большинствѣ случаевъ, когда нѣкоторое сужденіе неявно выражается предложеніемъ (I), это сужденіе не тожественно ни съ однимъ изъ сужденій, выраженныхъ явно предложеніями (II) и (III): предложеніе (I) обыкновенно выражаетъ сужденіе, концептуальное содержаніе котораго имѣетъ форму $[x \varepsilon y]$; это сужденіе можно выразить еще предложеніемъ «Эта роза есть бѣлый предметъ» или предложеніемъ «Эта роза относится къ классу бѣлыхъ предметовъ». Классъ бѣлыхъ предметовъ же можно опредѣлить либо какъ классъ предметовъ, обладающихъ бѣлизной, либо какъ классъ предметовъ, оцвѣченныхъ бѣлымъ.

Если не ограничиваться ничего не говорящими въ логическомъ отношеніи мнимыми опредѣленіями субъекта и предиката сужденія, то считая, что въ сужденіяхъ вида

«x обладаетъ признакомъ y»

имѣется субъектъ и предикатъ, мы можемъ опредѣлить субъектъ сужденія, какъ входящее въ сужденіе понятіе о томъ предметѣ, признакъ котораго дифференцируется въ сужденіи, а предикатъ, какъ входящее въ сужденіе понятіе объ этомъ признакѣ. Если сужденія только что упомянутаго вида мы назовемъ предикативными, то получимъ положеніе: «Субъектъ и предикатъ имѣются только у предикативныхъ сужденій». Такъ, напримѣръ, въ сужденіи «эта роза оцвѣчена бѣлымъ» не будетъ ни субъекта, ни предиката, такъ какъ понятіе бѣлаго здѣсь не является понятіемъ о признакѣ. Не окажется также субъекта и предиката у сужденій вида $x \varepsilon y$, $x \ni y$, x любитъ y, прямая x дѣлитъ пополамъ уголъ y, $x < y$ и т. д.

Такъ какъ сужденія вида «S есть P» (точнѣе, вида $x \varepsilon y$) имѣютъ гораздо большее значеніе для науки,

чѣмъ сужденія предикативныя, то можно, если угодно, вмѣсто только что приведеннаго опредѣленія субъекта и предиката дать другое, согласно которому въ сужденіяхъ вида $x \in y$ (напр., въ сужденіи «земля есть планета») понятіе x называется субъектомъ, а понятіе y предикатомъ Но тогда все равно субъектъ и предикатъ окажутся только у сужденій вида $x \in y$, у неограниченнаго же количества другихъ видовъ сужденій не будетъ ни субъекта, ни предиката (напр., у сужденій вида $x \ni y$, x любитъ y, $x < y$, x оцвѣчено y'омъ и т. д.)

На основаніи изложеннаго, мы приходимъ къ заключенію, что ученіе о субъектѣ и предикатѣ сужденія есть ученіе псевдологическое, лишенное научнаго значенія для логики; объясняется оно, повидимому, смѣшеніемъ психологически-грамматическихъ формъ мышленія съ концептуальными, въ связи съ той первостепенной ролью, которой обладаетъ психологически-грамматическій актъ предицированія.

7. *О нѣкоторомъ признакѣ неопредѣленности Аристотелевой логики.*

Неопредѣленность традиціоннаго ученія о субъектѣ и предикатѣ сужденія проявляется и въ томъ, что въ немъ не найти никакихъ данныхъ для рѣшенія вопроса о томъ, какіе именно субъекты могутъ сочетаться съ какими именно предикатами въ формѣ сужденія, истиннаго или ложнаго. Нѣкоторые логики, повидимому, считаютъ, что комбинаціи любого понятія S съ любымъ понятіемъ P, могущимъ вообще быть предикатомъ сужденія, соотвѣтствуетъ нѣкоторое сужденіе «S есть P». Согласно этому мнѣнію предложенія вродѣ «число 2 красно», «числа оцвѣчены», «земля есть функція» и т. п. выражали бы ложныя сужденія. Ощи-

бочность такого взгляда на сужденіе безусловно доказана относящимися сюда изслѣдованіями новѣйшей математической логики; впрочемъ, она непосредственно ясна, если исходить изъ изложенныхъ въ настоящей статьѣ теоріи понятія и взгляда на сужденіе. Дѣйствительно, она вытекаетъ изъ того, что не всякому сопряженію членовъ формальной системы $\varphi_1 \cdot \varphi_2 \ldots \varphi_n$ понятія съ какими либо понятіями $a_1, a_2 \ldots a_n$ соотвѣтствуетъ аппозиціонная система

$$\varphi_1 \,'\, a_1 \cdot \varphi_2 \,'\, a_2 \ldots \varphi_n \,'\, a_n$$

Поэтому существуютъ знаки и сочетанія словъ, имѣющіе форму терминовъ, выражающихъ понятія, но лишенныя концептуальнаго смысла. Къ такого рода безсмысленнымъ знакамъ и сочетаніямъ мы должны отнести, напримѣръ, знакъ «2 + солнце», сочетаніе словъ «красное число» и т. п. Къ нимъ же слѣдуетъ отнести и приведенныя выше предложенія. Если же предложеніе не выражаетъ понятія — концептуальнаго содержанія сужденія, то оно не можетъ выражать и сужденія.

Въ приведенныхъ примѣрахъ безсмысленность данныхъ въ нихъ сочетаній терминовъ достаточно очевидна. Но въ математикѣ встрѣчаются сочетанія терминовъ, безсмысленность которыхъ не только не обладаетъ такой очевидностью, но никакъ не можетъ быть доказана согласно основамъ Аристотелевой логики. Такимъ образомъ, эти основы оказываются недостаточно опредѣленными для точныхъ наукъ. Игнорированіе же этой неопредѣленности ведетъ къ противорѣчіямъ, которыя и успѣли обнаружиться въ математикѣ. Чтобы дать нѣкоторое представленіе объ относящихся сюда неточностяхъ Аристотелевой логики, укажемъ на слѣдующій примѣръ.

Согласно традиціонному ученію, какія-либо сужденія «Всякое S есть P» и «a не есть P» являются до-

статочными основаніями для сужденія «a не есть S». Между тѣмъ, это неправильно, такъ какъ возможно, что при данныхъ предпосылкахъ вовсе не существуетъ сужденія, выражаемаго предложеніемъ «a не есть S» Вслѣдствіе этого, для правильнаго вывода «a не есть S» къ даннымъ двумъ основаніямъ необходимо добавить третье, которое въ принятыхъ нами терминахъ выразится такъ:

$$I\ (x \text{ есть } P) \supset I\ (x \text{ есть } S),$$

гдѣ x — перемѣнная. Это основаніе можно замѣнить слѣдующимъ: «Если существуетъ понятіе «x есть P», то существуетъ понятіе «x есть S».



ОГЛАВЛЕНІЕ.

СТРАН

Предисловіе III

I. Предварительныя выясненія.

1. Объ отношеніяхъ и ихъ формахъ 1
2. О простыхъ и сложныхъ понятіяхъ 2
3. Объ основныхъ формахъ отношеній между понятіями и предметами 3
4. О смыслѣ и значеніи терминовъ. 8
5. О сужденіи 9
6. О группахъ 10
7. Объ одночленныхъ и многочленныхъ понятіяхъ . 11
8. О групповыхъ сопряженіяхъ 12

II. Основы теоріи строенія сложныхъ понятій.

1. Аппозиціи, аппозиціонныя формы и сложныя понятія. 13
2. Концептуальныя формы 25
3. Конструктивныя системы 29

III. Нѣкоторыя приложенія теоріи строенія сложныхъ понятій.

1. О явной символизаціи понятій терминами . . . 30
2. Формальныя включенія 39
3. Основанія и слѣдствія Дедуктивныя системы . . 43
4. Логическая необходимость. Аналитическія и синтетическія понятія 46
5. Индуктивныя проблемы логики. Основныя логическія дедуктивныя системы 51
6. Объ ученіи о субъектѣ и предикатѣ сужденія . . 55
7. О нѣкоторомъ признакѣ неопредѣленности Аристотелевой логики 59